RECURSOS PARA EL DOCENTE

CON TODOS LOS NÚMEROS

[ACTIVIDADES DE MATEMÁTICA]

SANTILLANA

CON TODOS LOS NÚMEROS III

[ACTIVIDADES DE MATEMÁTICA]

RECURSOS PARA EL DOCENTE

es una obra colectiva, creada, diseñada y realizada
en el Departamento Editorial de Ediciones Santillana,
bajo la dirección de Graciela M. Valle, por el siguiente equipo:

Rodolfo César Borgnino y Juan Alberto Ledesma

Editora: Ana V. Veltri
Jefa de edición: María Laura Latorre
Gerencia de arte: Silvina Gretel Espil
Gerencia de contenidos: Patricia S. Granieri

ÍNDICE

Recursos para la planificación 2
Clave de respuestas 8

SANTILLANA

La realización artística y gráfica de este libro ha sido efectuada por el siguiente equipo:
Diseño de tapa: Natalia Udrisard.
Diagramación: Alejandro Pescatore.
Corrección: Héctor Daniel Álvarez.
Documentación fotográfica: Carolina S. Álvarez Páramo y Cynthia R. Maldonado.
Preimpresión: Marcelo Fernández y Maximiliano Rodríguez.
Gerencia de producción: Paula M. García.
Producción: Elías E. Fortunato y Andrés Zvaliauskas.

Las páginas web han sido consultadas entre mayo y septiembre de 2019.
Esta publicación fue elaborada teniendo en cuenta las observaciones del Instituto Nacional contra la Discriminación, la Xenofobia y el Racismo (Inadi) surgidas en encuentros organizados con editores de libros de texto.
Para facilitar la lectura, y sin intención de promover el lenguaje sexista, esta publicación utiliza el género masculino para designar a todos los elementos de una clase.

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

© 2019, EDICIONES SANTILLANA S.A.
Av. Leandro N. Alem 720 (C1001AAP), Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.
ISBN: 978-950-46-6022-4
Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723.
Publicado en Argentina.
Primera edición: diciembre de 2019.
Publicado en www.guiassantillana.com, diciembre de 2019.

Con todos los números III – [Actividades de Matemática]

CAPÍTULO	CONTENIDOS		INDICADORES DE AVANCE
	Conceptos	Modos de conocer	Se considerará un indicio de progreso si el estudiante...
1 **Combinatoria. Probabilidad**	• Diagrama de árbol. • Permutaciones. Número factorial. • Variaciones. • Combinaciones.	• Resolver problemas de combinatoria en situaciones contextualizadas que involucran permutaciones, variaciones y combinaciones.	• Detecta la importancia del orden de los elementos en el conteo. • Interpreta y resuelve situaciones de conteo en distintos contextos, a partir de diferentes estrategias.
	• Probabilidad de un suceso. • Sucesos imposibles. Sucesos seguros. • Sucesos compatibles. Sucesos incompatibles. • Sucesos complementarios.	• Resolver problemas contextualizados que comprendan cálculos de probabilidades. • Analizar los valores que puede tomar la probabilidad y en qué casos se producen los valores extremos. • Identificar sucesos compatibles e incompatibles y calcular la probabilidad de que ambos ocurran.	• Relaciona los sucesos imposibles y los seguros como aquellos que toman los valores extremos de probabilidad. • Distingue los sucesos compatibles de aquellos que no lo son. • Resuelve problemas contextualizados que requieren el conteo de casos favorables y casos posibles, y el cálculo de probabilidad.
		• Identificar errores y corregirlos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor o en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.
2 **Divisibilidad de enteros**	• Divisores y múltiplos en N. Reglas de divisibilidad en N. • Divisores y múltiplos en Z. • Números enteros primos y compuestos. Descomposición en factores primos. • Múltiplos y divisores comunes de números enteros.	• Determinar múltiplos y divisores enteros de un número a partir de distintas estrategias. • Reconocer números enteros primos y compuestos. • Factorizar números enteros. Reconocer aquellas descomposiciones cuyos factores son primos. • Calcular el m.c.m. y el m.c.d. de dos o más números enteros. • Identificar en qué situaciones el cálculo del m.c.m o el m.c.d. permite hallar la respuesta. Interpretar los resultados obtenidos.	• Identifica los múltiplos y divisores de un número entero. • Distingue los números primos de los compuestos. • Descompone los números enteros e identifica en cuál todos los factores son números primos. • Explica las similitudes y la diferencia en la descomposición de números opuestos. • Calcula el m.c.m. y el m.c.d., y lo aplica a la resolución de situaciones contextualizadas.
		• Identificar errores y corregirlos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor o en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.
3 **Números racionales**	• Números racionales. Su expresión decimal: exacta; periódica pura y mixta. Pasaje de una expresión a otra. • Representación en la recta. Comparación. • Operaciones con racionales: suma, resta, multiplicación, división, potencia, raíces (y análisis de su existencia). Potencia de exponente entero y fraccionario. Propiedades.	• Reconocer números racionales y clasificarlos según su expresión decimal. • Escribir un número racional en fracción o a partir de su expresión decimal. • Representar en la recta numérica y comparar números racionales. • Operar con números racionales y completar cálculos para obtener el resultado deseado, identificando y aplicando propiedades. • Resolver situaciones contextualizadas que implican operaciones con números racionales.	• Reconoce los números racionales. • Expresa un número racional como fracción o a partir de su notación decimal. • Ordena números racionales y los representa en la recta numérica. • Resuelve cálculos con números racionales expresados en cualquiera de sus formas. Completa cálculos para obtener el resultado deseado. • Identifica y aplica las propiedades de las operaciones de los números racionales. • Aplica las operaciones de números racionales en la resolución de situaciones contextualizadas.
	• Notación científica.	• Expresar en notación científica cantidades grandes y pequeñas. • Escribir todas las cifras de un número expresado en notación científica. • Resolver situaciones que involucran cantidades expresadas en notación científica.	• Identifica los números expresados en notación científica y los expresa en notación decimal y viceversa. • Resuelve situaciones contextualizadas y descontextualizadas que involucran cantidades expresadas en notación científica.
		• Identificar errores y corregirlos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor o en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

CAPÍTULO	CONTENIDOS		INDICADORES DE AVANCE
	Conceptos	Modos de conocer	Se considerará un indicio de progreso si el estudiante…
4 Triángulos. Cuadriláteros	• Triángulos. Puntos notables: circuncentro, incentro, baricentro, ortocentro. • Triángulos rectángulos: teorema de Pitágoras. Ternas pitagóricas.	• Trazar e identificar los puntos notables de distintos tipos de triángulos, la circunferencia inscripta y la circunscripta. • Hallar el lado desconocido de un triángulo rectángulo. • Aplicar el teorema de Pitágoras para encontrar los datos que faltan en la resolución de situaciones en las que se requiera calcular el área o el perímetro de una figura. • Resolver situaciones contextualizadas a partir del teorema de Pitágoras.	• Reconoce los distintos puntos notables de un triángulo y los traza. • Traza las circunferencias circunscripta e inscripta a un triángulo y reconoce la diferencia entre ellas. • Emplea el teorema de Pitágoras para hallar la medida de los catetos o la hipotenusa de distintos triángulos rectángulos. • Reconoce ternas pitagóricas. • Aplica el teorema de Pitágoras en la resolución de situaciones contextualizadas.
	• Cuadriláteros: clasificación. Propiedades de los lados, los ángulos y las diagonales de los cuadriláteros.	• Reconocer los ángulos interiores de distintos cuadriláteros. • Identificar las propiedades de los cuadriláteros, e identificar a los cuadriláteros por sus propiedades. • Construir o reconstruir cuadriláteros a partir de sus lados, sus ángulos y/o sus diagonales. Analizar la posibilidad y la unicidad de la construcción.	• Reconoce los distintos cuadriláteros e identifica sus propiedades. • Distingue los cuadriláteros por sus propiedades. • Calcula la amplitud de los ángulos interiores de distintos cuadriláteros, empleando sus propiedades. • Construye cuadriláteros o los reconstruye a partir de sus lados, ángulos o diagonales. • Analiza la posibilidad de la construcción de cuadriláteros con ciertas características y, en tal caso, la unicidad de tal construcción.
		• Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas y falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.
5 Números reales	• Números irracionales. Representación de radicales en la recta numérica. • Operaciones con radicales.	• Identificar números irracionales. • Representar radicales en la recta numérica. • Distinguir expresiones equivalentes de un mismo número real. • Realizar cálculos simples con radicales. Identificar aquellos cuyo resultado es racional del que no lo es.	• Distingue los números racionales de los irracionales. Identifica ternas pitagóricas que contienen irracionales. • Aplica el teorema de Pitágoras para representar radicales en la recta numérica. • Obtiene expresiones equivalentes de un radical y lo aplica en la resolución de cálculos sencillos.
	• Aproximaciones: redondeo y truncamiento.	• Realizar aproximaciones por redondeo y por truncamiento. • Analizar los valores obtenidos tras una aproximación. • Identificar cuál fue la forma de aproximación empleada. • Resolver situaciones contextualizadas en las que el valor sin aproximar no tiene sentido práctico.	• Aproxima a los decimales indicados tanto por redondeo como por truncamiento. • Compara las aproximaciones por redondeo y truncamiento de un mismo número. Identifica cuándo coinciden o cuál es la más próxima al valor exacto. • Reconoce la importancia de las aproximaciones en la resolución de situaciones contextualizadas.
	• Intervalos reales.	• Identificar los conjuntos de números expresados a partir de un intervalo real. • Relacionar conjuntos de números reales expresados en lenguaje cotidiano con su representación en la recta numérica y el intervalo real correspondiente.	• Relaciona el intervalo real con la representación en la recta numérica que le corresponde. • Expresa un intervalo real a partir de una inecuación. • Identifica los extremos de un intervalo y reconoce si estos le pertenecen o no.
		• Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

CAPÍTULO	CONTENIDOS		INDICADORES DE AVANCE
	Conceptos	Modos de conocer	Se considerará un indicio de progreso si el estudiante…
6 Lenguaje algebraico	• Expresiones algebraicas. Valor numérico. Monomios, binomios, trinomios. Monomios semejantes.	• Expresar en lenguaje cotidiano relaciones dadas en lenguaje algebraico y viceversa. • Hallar el valor numérico de expresiones algebraicas. • Identificar monomios semejantes.	• Traduce expresiones algebraicas al lenguaje cotidiano y viceversa. • Halla el valor numérico de expresiones algebraicas. • Reconoce y agrupa monomios semejantes.
	• Operaciones con expresiones algebraicas: suma y resta. Propiedad distributiva.	• Aplica la propiedad distributiva tanto para expandir como para factorizar expresiones algebraicas. • Resolver situaciones contextualizadas y descontextualizadas en las que se opere con expresiones algebraicas.	• Resuelve situaciones contextualizadas y descontextualizadas en las que intervengan operaciones con expresiones algebraicas. • Distingue las situaciones en las que se puede aplicar la propiedad distributiva y las resuelve. • Aplica la propiedad distributiva para la factorización de expresiones algebraicas.
	• Regularidades numéricas expresadas en lenguaje algebraico. • Ecuaciones. • Inecuaciones.	• Encontrar regularidades numéricas y expresarlas en lenguaje simbólico. • Identificar la o las soluciones de una ecuación. • Resolver ecuaciones con una o más soluciones a partir de diferentes estrategias. Identificar aquellas que no tienen solución. • Resolver inecuaciones, expresar las soluciones como intervalo real y representarlas en la recta numérica. Identificar inecuaciones sin solución e inecuaciones que valen para todos los números reales.	• Identifica regularidades numéricas y distingue la o las variables que intervienen. • Expresa dichas regularidades en lenguaje simbólico. • Identifica la solución de una ecuación. • Obtiene la o las soluciones de una ecuación y las verifica. Reconoce las ecuaciones sin solución. • Distingue una ecuación de una inecuación. • Resuelve inecuaciones, expresa la solución como intervalo y la representa en la recta numérica. • Identifica ecuaciones e inecuaciones sin solución a partir de un análisis preliminar (sin resolverlas).
		• Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.
7 Figuras geométricas	• Propiedades de los polígonos. Suma de los ángulos interiores. • Polígonos regulares. Ángulo central. Perímetro y área. • Área y perímetro de otros polígonos.	• Calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados y la amplitud de uno de ellos, conocidos los restantes. • Calcular la amplitud de un ángulo interior de un polígono regular de n lados. • Identificar la cantidad de lados de un polígono regular a partir de la amplitud de la suma de sus ángulos interiores. • Calcular el perímetro y el área de un polígono de n lados, sea este regular o no, aplicando la fórmula o descomponiéndolo en triángulos y cuadriláteros.	• Distingue los polígonos regulares de los que no lo son. • Calcula la amplitud de uno o más ángulos interiores de un polígono a partir de la suma de sus ángulos interiores y de otros datos. • Calcula la amplitud de un ángulo interior de un polígono regular de n lados. • Calcula la cantidad de lados de un polígono regular a partir de la suma de sus ángulos interiores. • Calcula el perímetro y el área de polígonos por medio de las fórmulas. Descompone polígonos irregulares de n lados en figuras más simples y, de esta forma, calcula su área y su perímetro.
	• Circunferencia y círculo. Longitud de la circunferencia y del arco de circunferencia. Área del círculo y del sector circular. • Posiciones relativas de una recta y una circunferencia. • Ángulos en la circunferencia: central, inscripto y semiinscripto.	• Identificar y construir rectas exteriores, secantes y tangentes a una circunferencia. • Dibujar y reconocer ángulos inscriptos y semiinscriptos correspondientes a un ángulo central. • Calcular la amplitud de ángulos centrales, inscriptos o semiinscriptos, a partir de algunos datos. • Calcular la longitud del arco que abarca un ángulo central, inscripto o semiinscripto y el área del sector del círculo correspondiente. • Aplicar las propiedades de los ángulos centrales, inscriptos y semiinscriptos en la resolución de situaciones relacionadas a triángulos, cuadriláteros y otros polígonos.	• Reconoce y traza rectas tangentes, secantes y exteriores a una circunferencia. • Distingue y construye ángulos inscriptos y semiinscriptos correspondientes a un mismo ángulo central. • Calcula la amplitud de ángulos centrales, inscriptos o semiinscriptos, a partir de algunos datos. • Calcula la longitud del arco de circunferencia abarcado por un ángulo central, inscripto o semiinscripto y el área del sector del círculo correspondiente. • Resuelve situaciones relacionadas a polígonos a partir de las propiedades de los ángulos centrales, inscriptos y semiinscriptos.
		• Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

CAPÍTULO	CONTENIDOS		INDICADORES DE AVANCE
	Conceptos	Modos de conocer	Se considerará un indicio de progreso si el estudiante…
8 **Funciones**	• Funciones a partir del gráfico: concepto y análisis. Raíz, ordenada al origen, máximos y mínimos absolutos y relativos, crecimiento y decrecimiento. • Función identidad. Función homográfica: asíntotas. Funciones con eje de simetría: función cuadrática y función módulo. • Producto de una función por un escalar. Funciones de proporcionalidad. • Desplazamientos horizontales y verticales del gráfico de una función.	• Reconocer relaciones funcionales a partir del gráfico. • Analizar funciones a partir de su gráfico y reconocer sus elementos. • Representar funciones que cumplan ciertas condiciones. • Resolver situaciones contextualizadas en las que intervengan gráficos de funciones. • Analizar los cambios producidos en el gráfico de una función a partir de la modificación de sus parámetros. • Identificar funciones de proporcionalidad directa e inversa y la constante relacionada. • Realizar modificaciones a la fórmula de una función para que corresponda a un gráfico. • Identificar asíntotas, ejes de simetría, máximos o mínimos, según corresponda, tras un desplazamiento. • Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Distingue las relaciones funcionales presentadas a partir de un gráfico. • Analiza e identifica los elementos de una función a partir de su gráfico. • Reconstruye el gráfico de una función, conocidos sus elementos. • Resuelve situaciones contextualizadas en las que se presenta información a partir de gráficos de funciones. • Reconoce el gráfico de funciones del mismo tipo, después de haber realizado una modificación en sus parámetros. • Distingue las fórmulas y los cambios en los parámetros que permiten obtener funciones de proporcionalidad directa e inversa, e identifica la constante relacionada. • Modifica los parámetros de una función para que se corresponda con un gráfico dado. • Reconoce las variaciones en los elementos de la función al modificar sus parámetros. • Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.
9 **Función lineal. Rectas. Sistemas de ecuaciones**	• Función lineal. Elementos. Gráfico de la función lineal. Ecuación de la recta. • Rectas paralelas y rectas secantes. Rectas perpendiculares. • Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Clasificación según la cantidad de soluciones. Métodos de resolución: gráfico, sustitución, igualación, reducción por sumas o restas.	• Reconocer funciones lineales a partir del gráfico y de la fórmula. • Analizar la pendiente y la ordenada al origen de una función lineal y calcular su raíz. • Representar funciones lineales. • Reconstruir la fórmula de una función lineal conocido su gráfico o algunos de sus elementos. • Resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen funciones lineales. • Identificar rectas paralelas y perpendiculares a partir de sus gráficos y a partir de sus fórmulas. • Escribir la ecuación de una recta paralela o perpendicular a otra, conocido alguno de sus puntos. • Resolver situaciones intra y extra matemáticas en las que intervienen rectas paralelas. • Representar cada una de las rectas que forman un sistema para clasificarlas, identificando la cantidad de soluciones y, si es única, cuál es. • Resolver analíticamente un sistema de ecuaciones, identificando cuál es el método más conveniente para hacerlo. • Relacionar los elementos de las rectas que forman un sistema de ecuaciones con la cantidad de soluciones que posee. • Completar sistemas de ecuaciones para que resulten compatibles determinados, indeterminados o incompatibles. • Resolver situaciones intra y extra matemáticas en las que intervienen rectas paralelas. • Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Distingue las funciones lineales a partir de un gráfico y de su fórmula. • Identifica los elementos de una función lineal, relaciona la pendiente con el crecimiento de la función, y el término independiente con la ordenada al origen. • Calcula la raíz de una función lineal y la reconoce en el gráfico. • Representa funciones lineales. • Escribe la fórmula de una función lineal, conocidos sus elementos o un par de puntos que pertenecen a su gráfico. • Resuelve situaciones contextualizadas que se modelizan a partir de funciones lineales. • Reconoce las pendientes de dos rectas paralelas o perpendiculares. • Escribe la ecuación de una recta paralela o perpendicular a otra, conocido alguno de sus puntos. • Resuelve situaciones intra y extra matemáticas en las que intervienen rectas paralelas. • Encuentra gráficamente la solución de un sistema, en caso de ser única, o identifica si tiene infinitas soluciones o si no tiene ninguna. • Identifica cuál es el método conveniente para resolver un sistema. • Resuelve analíticamente un sistema de ecuaciones. • Relaciona la pendiente y la ordenada al origen de las rectas que forman el sistema con la cantidad de soluciones. • Completa sistemas de ecuaciones, según la cantidad de soluciones. • Resuelve situaciones contextualizadas, tanto intra como extra matemáticas, que involucran sistemas de ecuaciones. • Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

CAPÍTULO	CONTENIDOS		INDICADORES DE AVANCE
	Conceptos	Modos de conocer	Se considerará un indicio de progreso si el estudiante…
10 **Proporcionalidad de segmentos. Semejanza**	• Razones y proporciones. • Teorema de Thales. Proporcionalidad de segmentos. • División de un segmento en partes iguales o proporcionales.	• Hallar uno o más elementos de una proporción. • Resolver ecuaciones con proporciones. • Calcular la longitud de uno o más segmentos entre paralelas a partir del teorema de Thales. • Identificar rectas paralelas a partir del teorema de Thales. • Construir segmentos proporcionales a otros. • Dividir un segmento en partes iguales o proporcionales. • Resolver situaciones contextualizadas a partir de la proporcionalidad de segmentos.	• Calcula el valor de uno o más elementos de una proporción. • Resuelve ecuaciones con proporciones. • Emplea el teorema de Thales en el cálculo de la medida de segmentos entre paralelas, y en la identificación de rectas paralelas. • Calcula la medida de segmentos proporcionales y los construye. • Divide segmentos en partes iguales y proporcionales. • Resuelve situaciones cotidianas en las que se emplee la proporcionalidad de segmentos.
	• Semejanza de triángulos. • Semejanza de polígonos.	• Identificar triángulos semejantes y argumentar a partir de los criterios de semejanza. • Analizar los criterios de semejanza en triángulos rectángulos. • Comparar la razón de semejanza de dos triángulos con la razón entre sus áreas. • Analizar la semejanza entre polígonos e identificar polígonos semejantes. • Construir polígonos semejantes a uno dado, analizando la posibilidad de construir más de uno.	• Reconoce triángulos semejantes a partir del empleo de los criterios de semejanza. • Analiza los criterios de semejanza en el caso de los triángulos rectángulos, disminuyendo la cantidad de elementos a comparar. • Calcula la razón entre las áreas de dos triángulos semejantes y la compara con la razón de semejanza. • Reconoce polígonos semejantes y simplifica el análisis en el caso de los polígonos regulares. • Construye polígonos semejantes.
		• Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.
11 **Estadística**	• Población y muestra. Variables estadísticas: cualitativas, cuantitativas discretas, cuantitativas continuas. • Tabla de frecuencias. • Parámetros centrales: moda, media y mediana. • Gráficos estadísticos: circular, de barras, histograma, polígono de frecuencias.	• Identificar y reconocer los tipos de variables estadísticas. • Leer e interpretar gráficos y tablas estadísticas. • Realizar encuestas, organizar los datos en tablas de frecuencias. • Calcular los parámetros centrales, analizando la representatividad de cada uno dentro de cada situación. • Realizar gráficos estadísticos. • Analizar estadísticas reales y ficticias dentro de situaciones contextualizadas.	• Distingue las distintas variables estadísticas. • Interpreta información estadística presentada en lenguaje cotidiano, a partir de gráficos o a partir de tablas. • Recolecta, organiza y analiza datos estadísticos. • Completa tablas y gráficos estadísticos, según pautas preestablecidas. • Distingue las diferentes formas de encontrar los parámetros centrales, según el tipo de variable analizada, y los calcula. • Realiza gráficos estadísticos. • Resuelve situaciones contextualizadas reales o ficticias que involucran datos estadísticos.
		• Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

CAPÍTULO	CONTENIDOS		INDICADORES DE AVANCE
	Conceptos	Modos de conocer	Se considerará un indicio de progreso si el estudiante…
12 **Movimientos. Homotecias. Trigonometría**	• Simetría axial. Simetría central. • Rotación. • Vectores. Traslación. • Composición de movimientos.	• Realizar movimientos de figuras planas. • Reconocer los distintos movimientos y encontrar los elementos que lo definen. • Realizar movimientos sucesivos. • Resolver situaciones contextualizadas relacionadas a simetrías, rotaciones o traslaciones.	• Marca los ejes de simetría de una figura, así como los centros de simetrías y rotaciones. • Realiza movimientos en el plano simples y sucesivos. • Identifica movimientos conocidas la figura original y su imagen, y encuentra sus elementos. • Resuelve situaciones contextualizadas relacionadas a movimientos.
	• Homotecias. • Escalas.	• Realizar homotecias. • Identificar figuras a escala. • Encontrar las medidas reales, conocidas las de un mapa, plano o esquema y la escala, y viceversa.	• Dibuja figuras homotéticas y a escala, respetando las indicaciones dadas. • Reconoce figuras a escala y calcula las medidas reales o las del plano, conocida la escala.
	• Trigonometría: razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.	• Calcular las razones trigonométricas de un ángulo. • Manejar la calculadora científica para el cálculo de las razones trigonométricas y para la obtención de los ángulos. • Calcular los lados y ángulos desconocidos de un triángulo rectángulo, en función de los valores conocidos. • Resolver situaciones contextualizadas que puedan modelizarse a partir de triángulos rectángulos.	• Identifica los catetos opuesto y adyacente a un ángulo, como también la hipotenusa, y a partir de eso calcula las razones trigonométricas de ese ángulo. • Distingue las razones trigonométricas de sus funciones inversas en la calculadora científica, y las emplea de forma adecuada. • Calcula los valores desconocidos en un triángulo rectángulo. • Emplea la trigonometría en la resolución de situaciones contextualizadas.
		• Identificar errores propios y ajenos. • Identificar proposiciones verdaderas o falsas, argumentando la respuesta.	• Identifica errores propios y ajenos. Corrige los procedimientos erróneos. Argumenta a favor y en contra de las estrategias y los procedimientos empleados.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

CLAVE DE RESPUESTAS

Nota: las actividades cuyas respuestas no figuran quedan a cargo de los alumnos.

1 COMBINATORIA. PROBABILIDAD

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) De cuatro formas: MBS; MBC; BSC; SCM.
b) De seis formas: MB; MS; MC; SC; BC; BS.
c) Hay seis posibilidades: MBS; MSB; SMB; SBM; BMS; BSM.
d) Hay 24 posibilidades. Si X es el abuelo de Beto; Y es su abuela; W es el abuelo de Sole, y Z, su abuela, todos los ordenamientos son: XYWZ; XYZW; XZYW; XZWY; XWYZ; XWZY; YXWZ; YXZW; YZXW; YZWX; YWXZ; YWZX; WYXZ; WYZX; WZYX; WZXY; WXYZ; WXZY; ZYWX; ZYXW; ZXYW; ZXWY; ZWYX; ZWXY.

1 De 24 formas.

2 De 18 formas.

3 a) 120.960. c) 720.
b) 40.320. d) 471.744.000.

4 b) En el que se acomodan los libros y en el que se forman las claves. En cambio, el orden no importa al elegir los útiles.

5 a) Seis combinaciones de útiles.
b) Diez combinaciones de golosinas.
c) Sesenta bolsitas diferentes.

6 a) 1.140.
b) 4.080.
c) 66.
d) En la de las entradas, porque a cada uno se le asigna una tarea diferente.

7 a) No alcanzan, pues se pueden formar solo 504.
b) Tendrían que tener cuatro cifras. De esa forma se podrían armar 3.024 internos.

8 a) $P(M) = \frac{2}{1.000}$; $P(C) = \frac{5}{1.000}$; $P(E) = \frac{3}{1.000}$.
b) $P(M - 2°) = \frac{2}{999}$
c) $P = \frac{1}{267}$

9 a) Hay seis formas.
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{3}$

10 a) $\frac{4}{50}$ c) 1
b) 0 d) $\frac{1}{2}$

El más bajo es 0; corresponde a un suceso imposible. El más alto es 1; corresponde a un evento seguro.

11 a) Sí porque en los dados hay un número que cumple ambas condiciones: el 2.
b) $P(\text{par}) = \frac{3}{6}$; $P(\text{menor a } 3) = \frac{2}{6}$.
$P(\text{par y menor a } 3) = \frac{1}{6}$.
c) $P(\text{par o menor a } 3) = \frac{4}{6}$.

12 a) No.
b) $P(\text{menor a } 3) = \frac{2}{6}$; $P(\text{mayor a } 4) = \frac{2}{6}$.
$P(\text{mayor a } 4 \text{ y menor a } 3) = 0$.
c) $P(\text{mayor a } 4 \text{ o menor a } 3) = \frac{4}{6}$.

13 Cuando los eventos no pueden ser simultáneos (son excluyentes), la probabilidad de que ocurra uno o el otro es la suma de las dos probabilidades. En cambio, si los eventos no son excluyentes, la probabilidad de que ocurra uno o el otro es la suma de las dos probabilidades menos la probabilidad de que ocurran ambos a la vez.

14 a) $\frac{18}{90} \cdot \frac{17}{89}$
b) $\frac{18}{90} \cdot \frac{18}{90}$

15 a) De que tenga una remera M es $\frac{34}{115}$. Si se supiese que es de talle M, la probabilidad sería $\frac{34}{76}$.
b) De que sea un pantalón G es $\frac{24}{115}$. Si se supiese que es un pantalón, la probabilidad sería $\frac{24}{66}$.

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 a) De seis maneras diferentes.
b) De dos formas.
c) En el cine, de 24 formas; en la mesa redonda, de seis.
d) En el cine, de 120; en la mesa redonda, de 24.

2 a) De 80 formas.
b) 48 conjuntos.
c) 16.

3 a) $26^3 \cdot 10^3$
b) $26^4 \cdot 10^3$

4 a) De 20 formas.
b) De 6 formas.

5 a) 32 decoraciones diferentes.
b) Doce.

6 a) De 210 formas.
b) De 360 formas.

7 Para cubrir las guardias importa el orden porque son en distintos días y horarios; para asistir al congreso, no importa porque van juntos.

8 a) $\frac{30}{35} = \frac{6}{7}$ b) $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$ c) $\frac{5}{32}$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

9 a) $\frac{1}{100}$

b) No, porque cada cien números hay solo uno como el elegido (si este es de dos cifras).

c) $\frac{1}{1.000}$

10 No puede ser $\frac{5^6}{5^4}$ porque la probabilidad está siempre entre 0 y 1, y para eso, el numerador siempre debe ser menor o igual al denominador.

11 a) $6^5 = 7.776$ combinaciones.

b) $\frac{6}{6^5} = \frac{1}{1.296}$

12 a) Sí.
b) No, porque al sumar dos pares se obtiene otro par.
c) Sí.
d) Sí.
e) No, porque en los dados no está el 0, entonces la única forma de sumar 2 es 1 + 1.

14 a)

14	**33**	**47**
7	45	52
21	**78**	99

b) $\frac{45}{99}$

c) $\frac{21}{99}$

d) $\frac{14}{47}$

2 DIVISIBILIDAD DE ENTEROS

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) 2.000 m son 20 cuadras y 3.500 m son 35 cuadras.
b) 3.700 m son 37 cuadras; 42 cuadras, 4.200 m; 500 m son 5 cuadras y 2.100 m son 21 cuadras.
Para encontrar la cantidad de cuadras se divide por 100; para encontrar la cantidad de metros, se multiplica por 100.
c) 1.100 m y 2.400 m. Porque terminan con dos ceros.
d) Sí.
Sí.
No. 5.000 mm : 10 = 500 mm = 5 dm

1 a) No, porque hay otros. Todos son: 52; 56; 60; 64; 68; 72; 76; 80; 84; 88; 92; 96; 100; 104 y 108.
b) Hallando el primer múltiplo mayor a 50 y luego ir sumando 4 unidades. Si el número tuviese más cifras, alcanza con ver que las dos últimas sean 0 o un múltiplo de 4.

2 37 años.

3 a) Verticales: 2.295; 8.118 y 1.080.
Horizontales: 5.283
Oblícuas: 1.746; 9.000 y 3.582.

4 Se equivocó en los Terabytes porque es 2^{40} y el resultado termina en 0, pero las potencias de 2 no pueden terminar en 0 (si así fuese, también sería múltiplo de 5).

5 a) C = 11 y R = 8.
b) C = –12 y R = 4.
c) C = 9 y R = 11.
d) C = –10 y R = 10.

6 a) Si los dividendos son múltiplos de los divisores, entonces los cocientes son números opuestos. En cambio, si no lo son, los cocientes no son opuestos y el resto es distinto de cero.
b) Ningún resto puede ser negativo. La suma de ambos restos siempre es igual al divisor.

7 35: –35; –7; –5; –1; 1; 5; 7 y 35.
–40: –40; –20; –10; –8; –5; –4; –2; –1; 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40.

8 a) –35
b) 23 y 29.
c) 120 (y cualquier múltiplo de 120).
d) Por ejemplo, 1.375. Hay otros.

9 a) V
b) F: –5 es divisor de 80.
c) V
d) F: 1 es divisor de cualquier número.

10 a) 17; 23; 3; 11 y 2.
b) Primos: cuatro divisores enteros; compuestos: más de cuatro divisores enteros.
c) –17; –23; –3; –11 y –2 (el opuesto de un número primo es otro número primo).

11 –47; –43; –41; –37; –31; –29; –23; –19; –17; –13; –11; –7; –5; –3; –2; 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43 y 47.

12 a) Sí.
b) No. $3.969 = 3^4 \cdot 7^2$.
c) No. $72 = 2^3 \cdot 3^2$.
d) Sí.

13 a) Son iguales.
b) Multiplicando esa factorización por –1.

14 a) $-350 = (-1) \cdot 2 \cdot 5^2 \cdot 7$
b) $924 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$
c) $-858 = (-1) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$
d) $-10.200 = (-1) \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 17$

15 No son primos: 3.281; 4.705; 12.972 y –13.359.

16 5

17 –120

18 a) m.c.m. (192; 108) = 1.728
m.c.d. (192; 108) = 12
b) m.c.m. (15; –36; –120) = 360
m.c.d. (15; –36; –120) = 3
c) m.c.m. (45; –75) = 225
m.c.d. (45; –75) = 15
d) m.c.m. (–55; 100; 105) = 23.100
m.c.d. (–55; 100; 105) = 5

19 a) Tiene que comprar bidones de 4 L.
b) Necesita 6 etiquetas para suavizante de ropa, 14 para jabón líquido y 25 para lavandina.

20 Volverán a coincidir dentro de 6 días (el domingo próximo).

21 a) A veces. b) Siempre. c) Siempre.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 45; 100 y 1.040. Porque terminan en 0 o en 5.

2 a) –65; –13; –5; –1; 1; 5; 13; 65.
b) –104; –52; –26; –13; –8; –4; –2; –1; 1; 2; 4; 8; 13; 26; 52 ;104.
c) –200; –100; –50; –40; –25; –20; –10; –8; –5; –4; –2; –1; 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 25; 40; 50; 100; 200.
d) –135; –45; –27; –15; –9; –5; –3; –1; 1; 3; 5; 9; 15; 27; 45; 135.
e) –66; –33; –22; –11; –6; –3; –2; –1; 1; 2; 3; 6; 11; 22; 33; 66.
f) –72; –36; –24; –18; –12; –9; –8; –6; –4; –3; –2; –1; 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72.

3 131 y 59.

4 a) No. Porque no se puede dividir por cero.
b) Sí. Porque el producto entre cero y cualquier número es cero.
c) El uno es divisor de todos los números porque el cociente entre un número y uno es igual al dividendo, y el resto siempre es cero.
d) Solo de 1 y –1.

5 a) C = –3; R = 31.
b) C = –7; R = 10.
c) C = 1; R = 6.
d) C = –9; R = 4.

6 En todos los casos se olvidó el 1, el mismo número, y todos los opuestos. Además, debió unir:
693 con la última lista (que comienza con 3);
–492 con la primera lista (que termina con 246);
320 con la segunda lista que termina con 160).

7 Hay más de una posibilidad, por ejemplo:
a) 8
b) 7
c) 4
d) No se puede (siempre son una cantidad par).

8 a) –240
b) –78
c) –56
d) 101 (es único).
e) –2 (es único).

9 G1: El número 2 es primo y es par.
G2: El 5 es divisible por cinco y es primo.
G3: El 9 no es primo porque es divisible por 3.

10 Hay más de una posibilidad. Por ejemplo:
a) $3^9 = 19.683$
b) $2^2 \cdot 17^3 = 19.652$
c) $2^2 \cdot 17^3 = 19.652$
d) $5^7 = 78.125$
e) No se puede, porque 10 es múltiplo de 5.
f) $12^4 = 20.736$
g) $5^7 = 78.125$
h) $7 \cdot 3^8 = 45.927$
i) No se puede, porque cualquier múltiplo de 7 también es múltiplo de –7.

11 a) F
b) F
c) F
d) F
e) F
f) V
g) V

12 a) $1.365 = 3 \cdot 5 \cdot 91$
b) $-588 = (-1) \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$
c) $3.496 = 2^3 \cdot 437$
d) $-77.000 = (-1) \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11$
e) $1.225 = 5^2 \cdot 7^2$
f) $-3.744 = (-1) \cdot 2^5 \cdot 3^2 \cdot 13$

13 a) $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$
b) $2.700 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
c) Correcto.
d) $-1.323 = (-1) \cdot 3^3 \cdot 7^2$

14 a) 32: ±1; ±2; ±4; ±8; ±16; ±32. (El signo ± antepuesto a un número hace referencia a dos números opuestos).
–24: ±1; ±2; ±3; ±4; ±6; ±8; ±12; ±24.
b) –3; –2; 2 y 3.
c) Se repiten –8; –4; –2; –1; 1; 2; 4 y 8. El mayor es 8.
d) 2

15 a) 72: ±1; ±2; ±3; ±4; ±6; ±8; ±9; ±12; ±18; ±24; ±36; ±72.
–116: ±1; ±2; ±4; ±29; ±58; ±116.
b) El 1, el 2, el 4 y sus opuestos se repiten en ambas listas. El m.c.d. es 4.
c) El m.c.d. es 9.

16 a) m.c.m. = 500
m.c.d. = 50
b) m.c.m. = 7.140
m.c.d. = 5
c) m.c.m. = 4.200
m.c.d. = 10
d) m.c.m. = 11.200
m.c.d. = 4
e) m.c.m. = 332.500
m.c.d. = 10

17 a) a = ±250
b) Por ejemplo, a = ±3 (o cualquier otro número en cuya descomposición no aparezca el 7).
c) a = ±7
d) a = ±15

18 4 mm.

19 60 equipos.

20 a) 12 cm.
b) 31 suvenires.

21 El próximo año no viajarán juntos, ya que tienen que pasar 420 días para que vuelvan a hacerlo.

3 NÚMEROS RACIONALES

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) 44.800.000 habitantes.
b) 6,69 %.
c) 2.777.777,78 km^2
d) $\frac{114}{100}$
e) • F
• V
f) 1,14.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

1 a) 0,25 L.
b) 30.000 mg.
c) Sí. No. No. Sí.

2 a) 0,010 c) $-0,\widehat{4}$ e) –0,25
b) 0,122 d) $0,\widehat{3}$

3 a) $\frac{2}{5}$ (E). e) $-\frac{601}{20}$ (E).
b) $\frac{2}{3}$ (P). f) $\frac{21}{10}$ (E).
c) $-\frac{63}{20}$ (E). g) $\frac{248}{225}$ (P).
d) $\frac{520}{99}$ (P). h) $\frac{411}{50}$ (E).

5 a) Correcto.
b) Incorrecto. Un tercio es mayor.
c) Incorrecto. Son iguales.
d) Correcto.
e) Incorrecto. Son equivalentes.

6 Hay más de una opción en cada caso.

7 a) A la familia Pérez le falta menos; los Rodríguez son los que están más lejos.
b) López: 276 km; Pérez: 184 km; Rodríguez: 414 km.

8 a) $\frac{1}{16}$ b) 6 c) $-\frac{7}{15}$ d) $\frac{40}{3}$

9 a) El numerador queda igual y el denominador se multiplica por el número entero.
b) Solo el numerador se multiplica; el denominador queda igual.

10 Se completan con:
a) 4;
b) 20;
c) denominador: 3 y numerador: 1;
d) –2.

11 a) 95 b) 50 c) –70 d) –8

12 a) 1 b) $-\frac{11}{3}$ c) $-\frac{2}{3}$ d) 140

13 a) Tres octavos de flores y la misma parte de césped.
b) Es menor.
c) Un octavo cada una.

14 a) $-\frac{11}{15}$ c) $\frac{17}{15}$ e) $-\frac{7}{5}$
b) $-\frac{2}{5}$ d) $-\frac{2}{9}$ f) $-\frac{5}{8}$

15 $\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{8}{15}:\frac{4}{5}\right)^3=\frac{24}{81}=\left(\frac{2}{3}\right)^{13}:\left(\frac{2}{3}\right)^{12}\cdot\frac{4}{9}=\frac{2^3}{3^3}$

16 a) $-\frac{1}{125}$ e) –4
b) $\frac{16}{2.401}$ f) $\frac{25}{4}$
c) $\frac{125}{8}$ g) $-\frac{125}{8}$
d) $\frac{16}{49}$ h) $\frac{5}{2}$

17 a) $\frac{49}{100}$ c) –100.000 e) $\frac{1}{256}$
b) $\frac{125}{8}$ d) $\frac{2}{5}$ f) $\frac{25}{16}$

18 Se completan con:
a) 1 o –1;
b) –1;
c) 9;
d) cualquier par de números cuya diferencia es 1.

19 Pudo haber pensado cualquier número decimal mayor que –1 y menor que 1, que surja de la división entre 1 y un número entero, excepto el cero.

20 a) $\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{16}{25}}=\sqrt{\frac{25}{25}}=1$

b) $\sqrt[3]{-\frac{2}{3^2}\cdot\frac{2^2}{3}}=\sqrt[3]{\left(-\frac{2}{3}\right)^3}=-\frac{2}{3}$

c) $\sqrt[4]{\frac{9^2}{16}}=\sqrt[4]{\frac{81}{16}}=\frac{3}{2}$

d) Correcta. $\frac{4}{5}$.

e) $\sqrt[7]{(0,5)^7}=0,5$

21 a) $\frac{1}{2}$ c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{8}$
b) $\frac{1}{32}$ d) $\frac{1}{3}$

22 Se completan con:
a) 6;
b) 27;
c) 4;
d) 3 y 2 (de izquierda a derecha);
e) $\frac{1}{3}$ (o con cualquier fracción equivalente);
f) 2 y $\pm\frac{1}{3}$ (o con cualquier fracción equivalente);
g) 16.

23 a)
- 70.000 kg.
- 2.000.000.000.000.000.000.000.000.000 t.
- 0,007 mm.
- 0,00000000000000000016 C.

b)
- $5,1\cdot10^7$ m.
- $4\cdot10^{-3}$ m.
- $1\cdot10^{-9}$ m.
- $9,46\cdot10^{12}$ km.

24 a) Los dos ahorraron lo mismo, $ 270.000.
b) No les alcanza porque el precio es de $ 2.600.000.

25 a) $\left(1,2\cdot10^8\right):\left(0,5\cdot10^6\right)=240$

b) $3,5\cdot10^2+1,5\cdot10^2-1\cdot10^{-2}=499,99$

c) $\frac{\left(8\cdot10^{-5}\right)\cdot\left(3\cdot10^9\right)}{1,6\cdot10^4}=15$

d) $\sqrt[5]{32\cdot10^{10}}=200$

26 a) $3,75\cdot10^{10}$

b) $4\cdot10^{-12}$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

TIEMPO DE REPASAR TODO

2 a) –1,33 (exacta). b) $45,\widehat{3}$ (periódica). c) –6,25 (exacta). d) $7,9\widehat{2}$ (periódica). e) 3,2 (exacta).

3 a) $-\frac{133}{100}$ b) $\frac{136}{3}$ c) $-\frac{25}{4}$ d) $\frac{713}{90}$ e) $\frac{16}{5}$

Los únicos divisores primos del denominador deben ser 2 y/o 5.

5 a) < b) < c) > d) > e) >

6 a) $\frac{501}{500}$ b) $-\frac{11}{200}$ c) $\frac{110}{3}$ d) $\frac{22}{3}$ e) $-\frac{38}{45}$ f) $\frac{1.101}{1.000}$ g) $\frac{991}{900}$ h) $\frac{109}{99}$ i) $\frac{1.100}{999}$ j) $-\frac{4.502}{225}$

7 a) Verdadero.
b) Falso. Si la fracción es irreducible, puede no tener el 9.
c) Falso. Es la menor.

8 48 litros.

9 a) Luego del primer fin de semana faltaban las $\frac{3}{5}$ partes. Después del segundo fin de semana quedaban $\frac{6}{35}$ por pintar.
b) $\frac{3}{35}$ en cada uno.

10 a) $\frac{5}{24}$ del total, es decir, 175 estudiantes.
b) Dos tercios de los de Arte.
c) 385 estudiantes.
d) $\frac{11}{24}$

11 a) –2,5 b) –0,5 c) 0,09 d) –0,6

12 a) $\frac{1}{100}$ b) $-\frac{5}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{121}{4}$ e) $\frac{1}{3}$

13 El **b)** es incorrecto; su resultado es 2.

15 a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 1 d) $-\frac{1}{16}$

16 a) El primero.
b) Ninguno de los dos.
c) Ambos cálculos.
d) El segundo.

17 a) $\frac{20}{9}$ b) –2 c) $\frac{7}{15}$ d) $\frac{10}{3}$ e) $-\frac{3}{2}$

18 Lucas está equivocado. El resultado final es $-\frac{1}{18}$.

19 a) Correcta.
b) Incorrecta. $22,76 \cdot 10^{28} = 2,276 \cdot 10^{29}$
c) Correcta.
d) Correcta.

20 Están correctamente expresados: $9,6 \cdot 10^{-7}$; $2,276 \cdot 10^{27}$ (aunque este resultado no verifique la igualdad) y $1,12 \cdot 10^{13}$.

21 a) $9,03 \cdot 10^{23}$ átomos.
b) Aproximadamente 1,8 mol.

22 $4,5 \cdot 10^{9}$ años; $2 \cdot 10^{11}$ estrellas; $1,5 \cdot 10^{7}$°C; $1,4 \cdot 10^{27}$ m^3; $4 \cdot 10^{23}$ kw; $5 \cdot 10^{9}$ años.

23 267.900

4 TRIÁNGULOS. CUADRILÁTEROS

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

b) La pirámide de la imagen del ítem c) es el templo de Kukulcán, situado en Chichen Itzá (en la península de Yucatán, México).

1 b) Se trazan las mediatrices del triángulo que forman los tres puntos (es decir, las mediatrices de sus lados), y se halla el circuncentro.

2 a) Se trazan las bisectrices de sus ángulos para encontrar el incentro del triángulo.
b) Trazando la perpendicular a un lado que pasa por el incentro.

3 En los triángulos acutángulos el ortocentro queda dentro de la figura; en los rectángulos, en el vértice del ángulo recto, y en los obtusángulos, quedan fuera del triángulo.

4 Se dibuja un triángulo de forma que un extremo del segmento sea uno de sus vértices y el otro extremo sea el punto medio de un lado. Después se busca el baricentro de ese triángulo, que divide al segmento en dos partes, una de las cuales mide un tercio del total. Con esa medida, se divide la otra porción en dos partes iguales, de forma que todo el segmento quedó dividido en tres partes de la misma medida.

5 a) El circuncentro, el ortocentro y el baricentro.
b) Es la recta de Euler.

6 a) Incorrecto. Es falsa.
b) Incorrecto. Es verdadera.
c) Correcto. Es verdadera.
d) Incorrecto. Es falsa.
e) Correcto. Es verdadera.
f) Incorrecto. Es verdadera.

8 a) 3,6 b) 13,25 c) 9

9 Solo el primero es rectángulo.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

10 a) Miden 0,5 m.
b) Mide 1,5 cm.
c) A 3,9 metros.

11 Debe dejar pintado el noveno contando desde el centro, que mide 30 m.

12 a) a = c = 140° 35′ y b = d = 39° 25′.
b) a = c = 118° 57′ y b = d = 61° 3′.
c) a = c = 102° 48′ y b = d = 77° 12′.
d) a = c = 120° y b = d = 60°.

13 No, porque los rombos también son paralelogramos.

14 a) Un romboide.
b) Un trapecio isósceles.
c) Un paralelogramo.
d) Un romboide.

15 Se unen:
Cartel anaranjado con trapecio isósceles.
Cartel azul con cuadrado.
Verde con romboide
Lila con rectángulo.

16 a) Un rombo.
b) Se forma un rectángulo. También se puede construir un cuadrado, en el caso que los diámetros sean perpendiculares.

17 El único que no se puede construir es el e) porque si tiene dos ángulos de la misma medida, siempre el trapecio resulta isósceles.

18 a) Se parece mucho a un trapecio rectángulo (aunque no siempre las calles son exactamente paralelas o perpendiculares).
b) Para describirlo se pueden usar las diagonales y los ángulos.

20 a) La construcción es única, es decir, cualquier otro va a ser congruente al dibujado.
b) Siempre es un cuadrado, pero los lados pueden tener cualquier medida.

21 a) A veces.
b) Nunca.
c) Nunca.
d) Siempre.
e) Siempre.
f) Siempre.

22 Trapecio: Se puede y tiene dos ángulos rectos.
Rombo no cuadrado: No se puede.
Romboide: Se puede y puede tener uno o dos ángulos rectos.
Trapezoide común: Se puede, y tiene un ángulo recto.
Paralelogramo no rectángulo: No se puede.

23 Se pueden construir infinitos trapecio isósceles con esas condiciones, pero de diferentes alturas.

24 a) Verdadera. b) Falsa. c) Verdadera.

TIEMPO DE REPASAR TODO

3 a) 8 cm.

4 Anaranjado: baricentro.
Verde: circuncentro.
Celeste: incentro.
Rosado: ortocentro.

5 Dos ángulos miden 67° y los otros dos miden 113°. La medida del lado no se necesita.

6 Dos ángulos miden 104° y los otros dos 76°.

7 Dos lados miden 13 cm y los otros dos miden 15 cm.

8 La base menor mide 15 cm y los lados no paralelos miden 5 cm cada uno.

9 Una mide 5 cm y la otra mide 8,5 cm.

10 a) Si los otros dos vértices pertenecen a la misma recta, se pueden construir trapecios isósceles. Si no, pueden construirse romboides y trapezoides.
b) Se pueden construir trapecios comunes, trapecios isósceles, romboides y trapezoides.
c) Se pueden construir rectángulos y trapecios isósceles.

11 En el **a)** se pueden construir más de uno, y en el **b)**, solo uno. En cambio, el **c)** no se puede, porque, como las diagonales se cortan en el punto medio, se formaría un triángulo rectángulo con un cateto y la hipotenusa, ambos de 5 cm, y eso es imposible.

5 NÚMEROS REALES

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) Se aproxima a Φ. b) Se aproxima a Φ.

1 a) La parte decimal se forma escribiendo los pares consecutivos.
b) No se puede.
c) La regla para el 5,101001000… es que la parte decimal se forma escribiendo las potencias de 10 consecutivas.

2 Naty es la única que tiene razón.

3 $\left(\sqrt{8}\right)^{-1}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt[5]{\frac{2}{7}}$

4 Solo en el tercero; la hipotenusa mide $\sqrt{5}$.

6 a) 2,718281828459045235360287…
b) Pueden ser $\frac{5}{2}$ y $\frac{14}{5}$ entre otras.
d) Infinitos.

7 a) $5\sqrt{2}$ b) $2\sqrt[5]{4}$

8 a) –9 b) 3 c) $\sqrt{3}$ d) $-\sqrt{5}$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

9 A los décimos: Sí.
A los centésimos: No. Es 3,14.
A los milésimos: Sí.

10 Se dan, una a continuación de la otra, las aproximaciones a los décimos, centésimos, milésimos y diezmilésimos.

$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$: 1,6; 1,62; 1,618; 1,6180.

e: 2,7; 2,72; 2,718; 2,7183.

$\sqrt{3}$: 1,7; 1,73; 1,732; 1,7321.

$\sqrt[3]{29}$: 3,1; 3,07; 3,072; 3,0723.

11 $ 960,90.

12 a) Como las monedas de uso fecuente de más baja denominación son las de $ 0,25, todos los importes que se abonan en efectivo se redondean de forma que los centavos sean 25, 50 o 75.
b) La respuesta a la actividad anterior podría ser $ 960,75 o bien, $ 961.

13 La tabla se completa con 0,333; –3,214; 3,141; 6,283; –5,196 (en ese orden).

14 a) Incorrecto.
b) Por truncamiento.
c) Incorrecto.
d) Por redondeo.
e) Incorrecto.

15 Juana redondeó y Nacho truncó. Juana está más cerca porque las primeras cifras del resultado son 5,157417583… y ese número "está más cerca" de 5,158 que de 5,156 (la diferencia entre ellos es menor que entre el valor real y la aproximación de Nacho).

16 a) Después del primer período habrá 13 individuos. El resultado es 13,77127764…
b) Si se consideran los 13 individuos del primer período, después del segundo período habrá 17. En cambio, si se hiciese la cuenta con el valor exacto obtenido, el nuevo resultado sería 18,40118145… Algo similar ocurre con el tercer período: si se consideran los 17 individuos del segundo período resultan 22, pero si se hubiese continuado la cuenta con los valores exactos, el resultado sería 23,69361068…

17 a) Irracionales.
b) Hace falta aproximar a la unidad porque no puede haber una cantidad no entera de individuos.

18 En los casos en los que se puede, se muestra solo un ejemplo, aunque puede haber otros.

Intervalo	Entero	Racional no entero	Irracional
$\left[\sqrt{5}; \sqrt{8}\right)$	No se puede.	$\frac{5}{2}$	$\sqrt{6}$
$\left(-\sqrt[3]{9}; 4\right)$	1	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$
$(5; 6)$	No se puede.	$\frac{11}{2}$	$\sqrt{\frac{11}{2}}$
$\left(-\infty; \sqrt{2}\right)$	–3	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{2}$
$\left[\sqrt{27}; \sqrt{50}\right]$	6	$\frac{13}{2}$	$\sqrt{27}$

19 a) No se puede.
b) No se puede.
c) $\left(\frac{1}{3}; 2\sqrt{3}\right)$
d) $[-3; 1]$
e) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$
f) $\left[\frac{3}{2}; \infty\right)$
g) $[0; \infty)$
h) $(-\infty; \infty)$

21 a) Falso.
b) Verdadero.
c) Falso.
d) Verdadero.
e) Verdadero.

22 a) $[-4; 5)$
b) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [3; \infty)$

23 a) $[90; 130]$
b) $[363.105; 405.696]$
c) $(-\infty; 0) \cup (100; \infty)$

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 **b)** y **d)**.

2 Se aproxima a Φ.

4 $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{17}$; $\sqrt{17}$; $\sqrt[3]{124}$; $\sqrt{27}$.

5 a) 4 y 5.
b) 6 y 7.
c) 4 y 5.
d) 3 y 4.
e) 1 y 2.

6 El menor de todos es $\sqrt[5]{31}$, luego $\sqrt[4]{82}$. En el caso de $\sqrt[3]{65}$ y $\sqrt{18}$ no se puede asegurar el orden sin el uso de la calculadora. Por último, el mayor es $\sqrt{47}$.

7 a) $\sqrt{13}$ (irracional).
b) 1
c) 5,3
d) $\frac{1}{5}\sqrt{276} = \frac{2}{5}\sqrt{69}$ (irracional).

9 a) $\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$
b) $\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$
c) $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$
d) $\sqrt{150} = 5\sqrt{6}$
e) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

10 La **b)**, porque su resultado puede ser cero.

11 a) $\sqrt{20}$
b) $\sqrt{48}$
c) $\sqrt{28}$
Sobra $\sqrt{20}$

12 a) –147,57
b) 17,57
c) 1,33
d) 1,91
e) 0,09

13 a) –147,56
b) 17,57
c) 1,33
d) 1,91
e) 0,08

14 a) En **b)**, **c)** y **d)**.
b) Con el truncamiento.

16 a) No: –0,714
b) Sí.
c) No: 0,012

17 a) 6,2
b) 19,7
c) –3,2
d) 0,8
e) 0,6

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

18 Área = $6\sqrt{3}\ cm^2 \cong 10,4\,cm^2$

Perímetro = $\left(4\sqrt{3}+6\right)cm = 12,9\,cm$

19 a) $[-1; \infty)$ b) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ c) $\left(-3; \frac{9}{2}\right]$

21 a) Todos los números reales mayores que $\frac{1}{2}$ y menores que $\frac{7}{2}$.
$\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$
b) Todos los números menores o iguales a cero. $(-\infty; 0]$
c) Todos los números reales excepto el cero.
$(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$

22 Las tres son incorrectas.

6 LENGUAJE ALGEBRAICO

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) $5 \le i \le 10$ (i: importe de devolución).
b) $d \le 15$ % (d: descuento).
c) $\frac{2}{3}\cdot 6 = 4$
d) Si $t = \frac{1}{3}p$, entonces la ecuación es $p + \frac{1}{3}p = 12$.
e) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ (a: total de argentinos).

1 a) $3n - 3$. c) $(a+b)^2$.
b) $\frac{1}{2}(n-1)$. d) $\frac{5}{n}$, $(n \neq 0)$.

2 a) El doble del siguiente de un número.
b) La diferencia entre el cuádruple de un número y tres.
c) La suma entre un número y su cuadrado.
d) El cociente entre el cuádruple de un número y el triple de otro.

3 p = 1,5 p = 4 p = 3 p = 4,125

5 Los monomios semejantes de este grupo son:
$3x^4; -5x^4; 0,5x^4; -3x^4$.

6 a) El lado más largo mide 2,5t y el otro, 1,75t.
b) El equivalente a 8,5 tiras.
c) 1,02 m.

7 a) $-3x^4$ d) $2p - 4q$ g) $\frac{1}{16}$
b) $2,5n^2$ e) $-5x^6$ h) $15b^3$
c) $-1,5a^7 - 4$ f) $-\frac{8}{5}y^5$

8 Se unen: **a)** con **f)**; **b)** con **e)**; **c)** con **d)**.

9 a) $3a^3 - 2a^4$ d) $4,5y^6 - 2y^5$
b) $7n^5 - 2n^4$ e) $-\frac{11}{16}p^5$
c) 0

10 Una disposición posible es:

x^6	x	x^8
x^7	x^5	x^3
x^2	x^9	x^4

11 a) La primera expresión corresponde a Mía, la segunda, a Sol y la tercera, a Luz.
b) Mía y Sol. Se puede llegar de una a la otra con la propiedad distributiva.

12 a) $6x^6 - 8x^3$ e) $25n^2 - 20n + 4$
b) $n - 3$ f) $9m^2 + 6mp + p^2$
c) $2a^2 - a^6$ g) $4x^6 + 16x^4 + 16x^2$
d) $-s^6 + 25t^4$ h) $4y^{12} - 20y^8 + 25y^4$

13 a) $x^2\left(3x^2 - 2\right)$ c) $5a\left(5a + 8 - 4a^3\right)$
b) $6n^7\left(2 - n^2\right)$ d) $0,1p\left(5 + 4p^2 - 2p^4\right)$

14 a) En todos los casos se obtiene el producto entre la suma de las raíces cuadradas de cada término por su diferencia.
b) No.

15 a) En la primera foto usó 5 palitos, en la segunda, 9, en la tercera, 13, en la cuarta usó 17 y en la foto número 100, 401 palitos.
b) Se puede expresar de varias formas diferentes. Todas ellas son equivalentes a $Cp = 4n + 1$.
c) Se puede llegar de una a otra aplicando la propiedad distributiva y agrupando los términos semejantes.
d) Cambiaría el 4 por un 7: $Cp = 7n + 1$.

16 $Ac = 120° \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-1)}$

17 a) 1144 1768 2496 b) La segunda.

20 ✯ = 6 ❁ = 12 ❆ = 4
❄ = –3 ☼ = 7 ❄ = 4

21 a) x = 2
b) Ninguna de las anteriores.
c) Las dos anteriores.
d) x = –2

22 a) x = 1 d) $x = \frac{1}{2}$
b) $x = -\frac{9}{8}$ e) $x = -\frac{3}{5}$
c) x = –1 f) x = 4

23 a) x = 4; x = –4 c) x = 0; $x = \frac{5}{2}$
b) $x = \frac{4}{3}$; x = 2 d) $x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{3}$; x = 0

24 a) x = 5; x = –5 d) No tiene solución.
b) x = 5; x = –5 e) x = 256
c) x = –3 f) x = –9

25 a) x = –16 f) x = 4
b) $x = -\frac{8}{9}$ g) x = 3; x = –3
c) $x = \frac{15}{16}$ h) $x = \frac{40}{9}$
d) $x = \frac{3}{5}$ i) x = 0
e) $x = \frac{5}{4}$; x = –3

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

26 a) $x = 4{,}10$
b) No. Necesita 5 cajas.

27 a) Los chicos, a \$ 30, y los grandes a \$ 40.
b) A \$ 13.
c) Los chicles a \$ 3, los turrones a \$ 6 y las obleas a \$ 9.
d) La capacidad de los blancos es de 180 ml y la de los azules, 200 ml.

29 a) Para niños de menos de 13 años. Si *e* representa la edad, es $e < 13$.
b) $e < 18$.

30 a) $x \geq 6$; $[6; \infty)$
b) $x > -\frac{1}{2}$; $\left(-\frac{1}{2}; \infty\right)$
c) $x < \frac{9}{8}$; $\left(-\infty; \frac{9}{8}\right)$
d) $x \geq -\frac{15}{8}$; $\left[-\frac{15}{8}; \infty\right)$
e) No tiene solución.
f) $x < 1$; $(-\infty; 1)$

31 a) $x > \frac{2}{7}$; $\left(\frac{2}{7}; \infty\right)$
b) $x \leq -1{,}25$; $(-\infty; -1{,}25]$
c) $x < 10$; $(-\infty; 10)$
d) $x < \frac{9}{11}$; $\left(-\infty; \frac{9}{11}\right)$
e) $f(x) = 2x + 4$; $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

32 a) $56 \text{ g} \leq p \leq 59{,}4 \text{ g}$
b) $v \leq 2.500$ p

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 a) $\left(\frac{x}{2}\right)^2$
b) $\frac{x^2}{2}$
c) $\frac{1}{5}(x+1)$
d) $2x - 3x$

2 a) La suma entre la tercera parte de un número y cinco.
b) El triple del cuadrado de un número.
c) El cuadrado del triple de un número.
d) La diferencia entre el cubo de un número y uno.

3 a) 1 b) 12 c) 2 d) –18

4 Hay que tachar:
a) n^2 y $3n - 1$.
b) $4 + a^2$ y $2a^2$.

5 a) $-\frac{3}{4}a^2 + \frac{23}{4}$
b) $-c^3 + c^2 + \frac{23}{4}c - \frac{9}{5}$
c) p^4
d) b^8
e) $\frac{1}{6}$

6 Se completan con:
a) $-5a^4 + 2a$.
b) $-4c^2$.

7 a) $\frac{3}{5}c^4 - \frac{3}{2}c$
b) $\frac{1}{2}p^5 - p^8$
c) $\frac{2}{3}b^5 + \frac{1}{12}b^6$
d) $a^2 + \frac{4}{5}a + \frac{4}{25}$
e) $\frac{1}{9}m^6 - \frac{2}{3}m^3 + 1$
f) $9n^8 - 4n^5 + \frac{4}{9}n^2$
g) $3y^7 - 3y^6 + 2y^2 - 2y$
h) $-\frac{4}{3}n^4 + \frac{4}{9}n^3 + 6n - 2$
i) $16x^{10} - 4$
j) $-\frac{9}{4}z^{10} + 49$

8 Hay más de una forma de hacerlo. Se presenta una de las posibles.
a) $\frac{3}{7}a\left(2a^4 + a^2 - 3a + 4\right)$
b) $\frac{1}{4}b^3\left(b^3 - \frac{1}{5} - \frac{1}{3}b^4 - \frac{1}{2}b^2\right)$
c) $\frac{2}{5}c\left(-2c^2 + \frac{1}{3} - \frac{4}{5}c^3 - \frac{3}{7}c\right)$
d) $\left(d^2 - \frac{5}{6}\right)\left(d^2 + \frac{5}{6}\right)$
e) $\left(\frac{4}{3}e^3 - \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{4}{3}e^3 + \frac{1}{2}b\right)$

9 a) Podría continuar con: 11; 14; 17… (van de tres en tres).
b) El número de la posición 257 es 764; el de la posición 1.000 es 2.993.
c) $N(p) = 3p - 7$ (donde p es la posición).

10 a) La primera figura la forman tres triángulos y la segunda, nueve.
b) 27; 81 y 243, en ese orden. La del paso 159 la forman 3^{159} triángulos verdes.
c) $T(n) = 3^n$

11 Se calcula el promedio de los dos números, o sea, se suman los dos números y al resultado se lo divide por dos.
$a \diamond b = \frac{a+b}{2}$

12 Se calcula la semidiferencia de los dos números, o sea, se restan los dos números y al resultado se lo divide por dos.
$a \diamond b = \frac{a-b}{2}$

13 Hay que tachar la primera.

14 a) $x = 0$
b) $x = -\frac{1}{6}$
c) $x = \frac{2}{3}$; $x = -\frac{1}{5}$

15 La **b)**, porque al estar x elevada al cuadrado el resultado es positivo. Luego, al multiplicarla por 2 y sumarle 1, vuelve a ser positivo. Entonces no puede dar –17 porque es negativo.

16 a) $x = 3$; $x = -3$
c) $x = \sqrt{5}$; $x = -\sqrt{5}$ (irracionales)
d) $x = \sqrt{17}$; $x = -\sqrt{17}$ (irracionales)

17 a) $x \geq \frac{9}{4}$; $\left[\frac{9}{4}; \infty\right)$
b) $x > 11$; $(11; \infty)$
c) Vale siempre, es decir, x es cualquier número real.
d) $x < -\frac{11}{6}$; $\left(-\infty; -\frac{11}{6}\right)$

18 a) Ana compró 3 caramelos, Luis 12 y Mara 9.
b) Unos cuestan \$ 61,25 y los otros, \$ 46 (redondeando según las monedas de uso habitual).

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

7 FIGURAS GEOMÉTRICAS

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

c) Tiene forma de octógono.

1 a) Cuatro lados: dos triángulos; siete lados: cinco triángulos; nueve lados: siete triángulos; diez lados: ocho triángulos.
b) En el de 17 lados, 15 triángulos; en el de 23 lados, 21 triángulos. La fórmula es t = n – 2.
c) Cuatro lados: 360°; siete lados: 900°; nueve lados: 1.260°; diez lados: 1.440°; diecisiete lados: 2.700°; veintitrés lados: 3.780°. Se multiplica 180° por la cantidad de triángulos que hay en el polígono: $SAI = 180° \cdot (n-2)$.

2 a) Cada ángulo del hexágono mide120°; los del heptágono miden 128° 34′17″ cada uno (aproximado a los segundos); y los del octógono miden 135° cada uno.

3 Debió unir **a)** con **e)**, **b)** con **f)** y **c)** con **d)**.

4 a) La recta es tangente a la circunferencia en el punto de apoyo.
b) Cada rayo está contenido en una recta secante a la circunferencia que no pasa por su centro.

6 Tanto Vicky como Ema tienen razón. El cuadrilátero es un cuadrado ya que tiene sus cuatro ángulos rectos y, además, dos de sus lados miden igual al radio de la circunferencia. Así se deduce que los lados que no son radios son congruentes a sus opuestos. Por otra parte, Vicky se dio cuenta que 90° es la cuarta parte del ángulo completo y, por eso, le corresponde la cuarta parte del arco de la circunferencia.

7 a) 35°. b) s = 70° y o = 140°.

9 a) Porque los ángulos opuestos del rectángulo suman 180° y los del rombo no. Todos los rectángulos pueden inscribirse. Entre los rombos, solo pueden inscribirse si, además, son cuadrados.
b) El trapecio común, el trapecio isósceles y el cuadrado, sí; en cambio, el cuadrilátero con ángulos de 50° 50°, 110° y 150°, y el paralelogramo, no. Los ángulos centrales que les corresponden suman 360°.

10 a) Es un pentágono. b) 45°.

11 a) m = 58°, q = 29° y a = 1,01.
b) g = 63° y a = 2,20.
c) b = 64° y a = 2,23.

13 b) Se formaron dos trapecios rectángulos: comparte un ángulo recto con el cuadrado; el otro ángulo recto se forma entre un lado y su mediatriz.
c) Dos ángulos miden 90°, uno mide 30° y el otro, 150°.

14 a) Se forma un paralelogramo.
b) Debe ser un rectángulo. Puede verificarse de varias formas empleando diversas herramientas de GeoGebra o a partir de las propiedades de las figuras.

15 a) Se forman dos rombos y dos triángulos equiláteros.
b) Los rombos tienen dos ángulos de 120° y dos de 60°; cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60°.

16 a) Se forman un romboide y dos triángulos isósceles.
b) Cada triángulo tiene un ángulo de 120° y los otros dos de 30°. El romboide tiene dos ángulos opuestos rectos; los otros miden 120° y 60°, respectivamente.

17 a) Se forman dos trapecios isósceles. Hay varias formas de verificarlo.
b) Dos ángulos miden 120° y los otros dos, 60°.

18 b) Se formaron cinco romboides congruentes. Los ángulos interiores de cada uno de ellos miden 90°, 72°, 90° y 108°.

19 Cuando el cuadrilátero es un rectángulo los circuncentros coinciden. Esto pasa siempre que los ángulos opuestos del cuadrilátero suman 180°.

20 No se puede. Para poder hacerlo el polígono debe tener lados paralelos y esto pasa solo en los que tienen una cantidad par de lados.

21 c) Se forma un hexágono regular.

22 Se forma un romboide. Tiene un ángulo de 90°, los dos congruentes miden 67° 30′, y el otro ángulo mide 135°.

23 Se forma un rectángulo y dos triángulos isósceles congruentes. Los ángulos del rectángulo miden 90°; los dos triángulos tienen un ángulo de 120° y los otros dos de 30°.

24 a) P = 14 cm; A = $12,25\,cm^2$.
b) P = 12 cm; A = $6,93\,cm^2$.
c) P = 11,68 cm; A = $7,5\,cm^2$.
d) P = 18 cm; A = $23,38\,cm^2$.

25 a) P = 7,14 cm; A = $5,57\,cm^2$.
b) P = 10,27 cm; A = $7,76\,cm^2$.

26 P = 10,86 cm; A = $7,06\,cm^2$.

27 El triángulo T1 tiene la misma área que el T3.

28 No pasa lo mismo.

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 a) 147° b) 60°

2 a) 162°
b) 176° 24′ y 179° 38′ 24″.
c) No, porque para calcularlo se divide 180° por un número mayor que por el que se lo multiplica.

3 a) 15 lados. b) 12 lados.

4 a) Mide 78°.
b) Mide 276°.
c) Cada uno mide 32° 30′.
d) 4,08 cm; 12,04 cm; 4,54 cm, respectivamente.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

5 a) 76°
b) 250°

6 a) 5,52 cm
b) 9,15 cm

7 El doble que el inscripto, es decir, 180°.

8 b) Se traza un diámetro ab para obtener un ángulo central de 180°; cualquier punto p de cada una de las semicircunferencias en las que queda dividida la circunferencia por ese diámetro va a formar con a y b un ángulo apb recto.
c) La longitud de la circunferencia es el doble de la longitud del arco que abarca un ángulo recto inscripto en ella.

9 a = 55°; b = 110° y c = 125°.

10 Los ángulos marcados suman 180°, porque todos los ángulos centrales correspondientes completan un giro.

11 Miden 54°, 154° 17′ 8,57″ y 60°, de derecha a izquierda.

12 La apotema mide 2,5 cm por ser la mitad del lado del cuadrado.

13 b) Cada lado mide 3,53 cm.
c) Cada ángulo mide 108° y no hace falta medirlo (se calcula).
d) Los ángulos medirán lo mismo, pero los lados no.

14 a) $28{,}27\,cm^2$.
b) 4,24 cm.
c) No se puede, si la figura es regular todos los vértices están a una distancia del centro igual al radio.
d) 9,42 cm (la mitad de la longitud de la circunferencia).

15 c) El área del mayor es el doble que la del otro.
d) No.
e) El área del más grande es $18\,cm^2$.

16 d) Es un rombo, ya que el radio con la mediatriz divide al cuadrilátero en cuatro triángulos congruentes.

17 a) Los lados miden 5 cm; tiene dos ángulos de 120° y los otros dos de 60°.
b) Sí.
c) El perímetro del rombo es las dos terceras partes de la del hexágono.

18 Heptágono: P = 10,08; A = 7,54.
Hexágono: P = 10,8; A = 8,42.

19 Los perímetros son iguales; las áreas no lo son: el de la derecha es $\frac{8}{9}$ partes del que está a la izquierda.

20 a) Es correcto porque conociendo el lado se puede calcular la apotema a partir del teorema de Pitágoras.
b) No todos; solo aquellos cuyos ángulos opuestos suman 180°.
c) Generalmente no.

8 FUNCIONES

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) El mercurio aumenta su volumen al aumentar su temperatura. En cambio, el volumen del agua primero disminuye y luego aumenta.
b) A 4 ºC.
c) El agua.

1 a) Sí. b) No. c) No.

2 a) No sería función.
b) No sería función.
c) Sí sería función.

3 a) Pasaron 65 min.
b) Tardó 10 min.
c) Recorrió 83 km.

4 b) No. No hay restricciones sobre la OaO ni sobre las raíces.
c) Hay un máximo relativo en x = 2 y un mínimo relativo en x = 6, pero pueden tomar distintos valores (no hay restricción al respecto).

5 $f_1(x)$: raíz: x = 1; OaO: y = –1. $f_2(x)$: raíz: x = –3; OaO: y = 3. El número que aparece en la fórmula coincide con la OaO y su opuesto, con la raíz.

6 No. Al no sumarle ni restarle nada a x en la fórmula, tanto la raíz como la ordenada al origen valen 0.

7 a) La OaO toma el valor de la constante. La raíz toma el valor de la constante cambiada de signo.
b) Cambia su pendiente (su inclinación), pero no se desplaza.
c) Las que pueden expresarse de la forma f(x) = kx.

8 b) Sí. Porque al aumentar la variable independiente aumenta la dependiente. k = 1,26.

9 a) f: rosada; f_1: lila y f_2: celeste. Es posible relacionar cada gráfico con su fórmula porque la constante cambiada de signo indica el desplazamiento horizontal.
b) Las asíntotas verticales se corrieron horizontalmente. Las asíntotas horizontales no cambian.

10 a) f: anaranjada; f_1: rosada y f_2: verde.
b) Las asíntotas verticales no cambian. Las horizontales se mueven verticalmente según el número que aparece en la fórmula.

11 a) Si el valor de **a** aumenta en valor absoluto, la hipérbola "abre" sus ramas, alejándose de los ejes. y si el valor de **a** disminuye en valor absoluto (se aproxima a cero), la hipérbola acerca sus ramas a los ejes.
b) La constante de proporcionalidad es **a**.

12 El de la izquierda es $f_1(x) = \frac{1}{x-3}$ y el de la derecha es $f_2(x) = \frac{1}{x} + 1$.

13 k = 2.500. Se obtiene haciendo el producto de P · V para un par de valores conocidos.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

14 a) f_1 tiene raíces.
b) f_1: OaO: y = –1; vértice: (0; –1); eje de simetría: x = 0; raíces: $x_1 = -1$ y $x_2 = 1$; mín: y = –1.
f_2: OaO: y = 2; vértice: (0; 2); eje de simetría: x = 0; raíces: no tiene; mín: y = 2.

15 b) f_1: vértice: (1; 0); eje de simetría: x = 1.
f_2: vértice: (–2;0); eje de simetría: x = –2.
c) f_1: y = 1; f_2: y = 4.
d) Cada una de ellas tiene una raíz doble. f_1: x = 1 y f_2: x = –2. Toman el valor de la constante cambiada de signo. En este caso, el eje de simetría se comporta igual.

16 a) f_3 y f_5.
b) f_2, f_4 y f_7
c) Una sola raíz: f_1; f_3; f_5; f_6. Dos raíces: f_4. No tienen raíces: f_2 y f_7.
d) f_1.

17 a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0	1	2	3	4

b) Todos los valores de y aumentan en dos unidades. $f(x) = |x| + 2$.
c) No tiene raíces. La OaO es y = 2. La OaO aumentó en dos unidades.
d) Todos los valores de y disminuirán en una unidad. $f(x) = |x| - 1$ Tiene raíces: $x_1 = 1$ y $x_2 = -1$. La OaO es y = –1.

18 a) Para que tenga un mínimo puede ser a = 2 (cualquiera positivo); para que tenga un máximo puede ser a = –2 (o cualquiera negativo).
b) En ambos casos es y = 0. Se produce para el valor x = 0.
c) El valor mínimo es k y se produce en x = 0.
d) No tiene máximo. El mínimo es 0 y ocurre en x = h.

19 Izquierda: f_3. Derecha f_1.

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 a) Tarda 0,8 segundos. Alcanza una altura de 3,2 metros.
b) Tardó 1,6 segundos desde que fue lanzado.
c) Crece en el intervalo (0; 0,8): el objeto sube; decrece en el (0,8; 1,6): el objeto baja.

2 Raíces x = 0; x = 2. Crece: (1,5; +∞). Decrece: (–∞; 1,5). Mínimo y = –1 en x = 1,5.

3 a) V c) F e) V
b) F d) F f) F

4 Falso, se vuelve decreciente.

5 a) La función g.
b) La función h.

6 Depende del signo de k: si k es positiva, es cierto, pero si k es negativa, se desplaza hacia la derecha y hacia abajo.

7 a) Facundo llega primero. Es el que va más rápido.
b) Porque la recta tiene mayor pendiente.

8 a) Salió 5 segundos después.
b) Llegan juntos.

9 a) Sí, funciona bien.
b) Es de proporcionalidad directa ya que al aumentar los kilómetros recorridos aumenta el gasto de combustible. Además, se puede saber porque su representación es una recta que pasa por el origen.

10 La **c)**.

11 a) No, ya que la función debería tener la asíntota vertical en x = 2. La fórmula debería ser $f(x) = \frac{1}{(x+2)} + 4$.
b) Decrece: (–∞; –2) U (–2; +∞).

12 Solo la segunda en afirmación es correcta.

13 No tiene razón.

14 a) $f(x) = (x+7)^2$
b) $f(x) = (x-1)^2$
c) $f(x) = x^2 + 6$
d) $f(x) = x^2 - 5$
e) $f(x) = -x^2$ (entre otras).

16 a) Lucas tiene razón ya que la función es igual a $f(x) = -x^2$ pero desplazada 9 unidades hacia arriba (el desplazamiento es vertical).
b) Raíces $x_1 = -3$ y $x_2 = 3$. Máximo y = –9 en x = 0. Eje de simetría x = 0. Vértice (0; 9).
c) Crece en (–∞; 0); decrece en (0; +∞).

17 a) Cayó desde los 15 m.
b) Tardó más. 1,8 segundos aproximadamente.
c) A_3. Por el signo negativo del coeficiente cuadrático y la OaO de esa función.

18 a) $f_1(x) = -x^2$ (se podría haber multiplicado por cualquier real negativo).
b) $f_2(x) = (x+9)^2$
c) $f_3(x) = x^2 - 9$

19 a) $f_1(x) = -|x|$ (se podría haber multiplicado por cualquier real negativo).
b) $f_2(x) = |x+9|$
c) $f_3(x) = |x| - 9$

20 Se comportan de forma similar.

21 $f(x) = |x+2|$.
Crece: (–2; +∞); decrece: (–∞; –2).
Vértice: (–2; 0). Eje de simetría x = –2.
Raíz: x = –2. OaO: y = 2.

22 a) $f(x) = |x-2|$.
c) Crece: (2; +∞); decrece: (–∞; 2).
Vértice: (2; 0). Eje de simetría x = 2.
Raíz: x = 2.

23 a) Son necesarias tres funciones.
b) $f(x) = |x+3|$ (lila); $g(x) = |x+6| + 3$ (verde); $h(x) = |x| + 3$ (anaranjada).
c) Hubiesen sido necesarias dos. Seguiría usando f(x) (lila); la nueva sería $j(x) = -|x+3| + 6$ (su gráfico contendría el lado verde del cuadrado y también el lado anaranjado).

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

9 FUNCIÓN LINEAL. RECTAS. SISTEMAS DE ECUACIONES

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) Azul: costo, rojo: ingreso.
b) 200 tortas. Se requiere que los ingresos sean iguales a los costos.
c) Tienen un costo de $ 95.000, generan ingresos por $ 120.000 y produce una ganancia de $ 25.000.

1 a) m = 3; ordenada al origen (OaO) 2; raíz: $x = -\frac{2}{3}$.
b) m = –2; OaO 1; raíz: $x = \frac{1}{2}$.
c) $m = \frac{3}{2}$; OaO 1; raíz: $x = -\frac{2}{3}$.
d) m = –5; OaO 3; raíz: $x = \frac{3}{5}$.
e) m = 1; OaO –4; raíz: x = 4.
f) m = 0; OaO 2; no tiene raíz.
g) m = 5; OaO –2; raíz: $x = \frac{2}{5}$.
h) m = –7; OaO 4; raíz: $x = \frac{4}{7}$.

2 a) Crecientes: **a)**; **c)**; **e)** y **g)**; sus pendientes son positivas. Decrecientes: **b)**; **d)** y **h)**; sus pendientes son negativas.
b) Es constante (y su pendiente es 0). f(x) = –5.

3 a) Mariano: roja, Nicolás: verde. Pueden darse cuenta por la ordenada al origen, que corresponde al punto de partida: Mariano está en la posición 5 m en t = 0 s.
b) Mariano tardó 3 s y Nicolás, 5 s.
c) A los 40 m. Mariano recorrió 35 m y Nicolás recorrió 40 m.
d) $v_M = 5\ m/s$; $v_M = 4\ m/s$.
e) Mariano ganó. Sí, podría haber ganado sin ventaja porque es más veloz (a mayor pendiente, mayor velocidad).

4 Tienen razón: Lucía, Lina y Paula.

5 a) $C(x) = 2{,}84\frac{\$}{kWh}\cdot x + 74{,}60\,\$$ (sin considerar las unidades, la fórmula es C(x) = 2,84 x + 74,60).
b) Pagó $ 713,60.

6 a) f(x) = 4x – 1; raíz: x = 0,25.
b) f(x) = –2x + 3; raíz: x = 1,5.

7 a) $y = \frac{2}{3}x + 2$ b) $y = -x + 3$

8 $h(t) = \frac{530\ m}{25\ s}\cdot t$
La pendiente representa la velocidad del ascensor.

9 a) $y = x - 2$ b) $y = -0{,}6x + 1{,}2$

10 a) Si se llama L a la longitud del resorte, la fórmula es $P(L) = 20\frac{kgf}{cm}\cdot L - 30\ kgf$. (La pendiente es el peso que se incrementa por cada centímetro de estiramiento; además, para hallar la ordenada al origen debe considerarse que la raíz de la función es $L = 15\,cm$).
b) $P(L) = 0{,}6\frac{kgf}{cm}\cdot L - 3{,}2\ kgf$

11 No es correcto. $y = \frac{3}{2}x - 3$

12 No.

13 $f(x) = x + 3;\ g(x) = x - 1$. Son paralelas.

14 a) $y = -4x + 6$ b) $y = 0{,}8x - 2{,}2$

15 $f(x) = 2x + 4;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

16 El ángulo a. Si se escriben las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados, se pueden comparar las pendientes y ver cuáles resultan perpendiculares.

17 a) Sí. Porque tomadas consecutivamente sus direcciones resultan perpendiculares.
b) No. Las rectas que contienen a esos vértices no son perpendiculares.

18 a) Son perpendiculares.
b) No están expresadas de la misma forma, pero sí son equivalentes ya que es posible pasar de esta forma a la otra "despejando y".

19 No. Pueden formar otros ángulos.

20 a) Tienen en común un único punto: (–2; 3).
b) No tienen puntos en común porque son dos rectas paralelas distintas.
c) Tienen infinitos puntos en común porque son dos rectas coincidentes (paralelas iguales). Es decir, todos los puntos de una recta, también están en la otra; por ejemplo (0; 1,5); (–6;0) y (2; 2).
d) Tienen en común un único punto: (5; 1).

21 a) Se llega a que x = –2 e y = 3. Estos valores coinciden con las coordenadas del único punto común a ambas rectas. El sistema es compatible determinado (SCD).
b) Se llega a una falsedad, como –10 = 15. Esto ocurre porque no hay ningún valor de x y de y que satisfagan ambas ecuaciones. El sistema es incompatible (SI).
c) Se llega a una igualdad que es verdadera, independientemente del valor que tomen x e y. Por ejemplo, 6 = 6. Eso ocurre porque todos los valores de x e y que satisfacen una ecuación, también satisfacen la otra. El sistema es compatible indeterminado (SCI).
d) Se llega a que x = 5 e y = 1. Estos valores coinciden con las coordenadas del único punto común a ambas rectas. El sistema es compatible determinado (SCD).

22 a) S1: por el método de sumas o restas porque la variable y tiene coeficientes opuestos en las dos ecuaciones.
S2: por el método de sustitución porque solo en una ecuación aparece despejada la x.
S3: por el método de igualación porque en las dos ecuaciones aparece despejada la y.
b) S1: x = –2,5; y = –1; S2: x = –5; y = 3; S3: x = 4; y = 1,5.

23 SI: 3x + **7**y = –5; SCI: y = **0,5**x + **4**; SCD: se completa con cualquier número excepto –2; por ejemplo, y = **2**x + 4.

24 La corta en (–2; 3).

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

25 El sistema es incompatible. Las ecuaciones que lo forman podrían ser $-x + y = -5$; $-x + y = 2$ (o cualquiera equivalente a estas).

26 a) $x = 1{,}25$; $y = 1{,}75$.
b) $x = 0$; $y = -\frac{2}{3}$.
c) $x = 1$; $y = 1$.
d) $x = 0$; $y = 2$.

27 a) (3; 4)
b) $y = -2x + 5$; $y = \frac{1}{2}x$. Son perpendiculares, si se toman dos consecutivas, y paralelas, tomadas alternadas.
c) $y = 3x - 5$; $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$. Las pendientes son inversas y opuestas.
d) Es un cuadrado. Las diagonales son perpendiculares y los lados también.

28 Debe aumentar 83,42 ºC. La longitud de cada una de ellas sería 100,2 mm.

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 a) Raíz: $x = 8$; OaO: 6.
b) Raíz: $x = \frac{7}{10}$; OaO: $-\frac{7}{2}$.
c) Raíz: $x = -\frac{2}{5}$; OaO: $-\frac{2}{5}$.
d) Raíz: $x = 7{,}5$; OaO: -10.
e) Raíz: $x = 0$; OaO: 0.
f) Raíz: no tiene; OaO: 5.

2 a) f: $m = 2$; OaO: 3;
g: $m = \frac{1}{2}$; OaO: -2;
h: $m = -0{,}5$; OaO: 5;
j: $m = -2$; OaO: 1.
b) f: $x = -\frac{3}{2}$
g: $x = 4$
h: $x = 10$
j: $x = \frac{1}{2}$
c) No hay paralelas. El gráfico de f es perpendicular al de h, y el de g es perpendicular al de j.

3 a) $y = -x + 3$.
b) $y = \frac{1}{2}x - 3$.
c) No se puede. Si la pendiente es negativa la función es decreciente.

4 a) $C(t) = 0{,}75\frac{L}{h} \cdot t$
b) Tendría que gotear por 106,67 horas, es decir, por 4 días, 10 horas, 40 minutos.

5 a) $y = -\frac{2}{3}x + 4$; OaO: 4; $m = -\frac{2}{3}$; raíz: $x = 6$.
b) $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$; OaO: $\frac{1}{4}$; $m = \frac{3}{4}$; raíz: $x = -\frac{1}{3}$.

6 a) $y = -2x + 4$
b) $y = -2x + 1$
c) $y = x$; $y = x - b$; $y = -x + b$, donde b es un número real positivo.
d) $y = 0{,}9x + 4{,}6$
e) $y = -1$

7 Perpendicular: $y = -0{,}75x - 8$; Paralela: $y = \frac{4}{3}x - 1$.

8 a) Se mantiene la pendiente, cambia la OaO.
b) Son paralelas entre sí (todas tienen la misma pendiente).

9 a) $g(x) = -\frac{5}{2}x$
b) $h(x) = \frac{2}{5}x - 1$

10 $y = -2x + 25$

11 $y = 1{,}25x + 8$

12 $y = 2{,}5x - 1$ (las dos rectas coinciden).

13 $y = 2x + b$, con b un número real cualquiera.

14 Son paralelas. El costo variable se relaciona con la pendiente y esta no cambia. Por otro lado, el costo fijo se relaciona con la OaO y esta varía.

15 Hay infinitas respuestas posibles ya que hay infinitas rectas que tienen a 2 como raíz.

16 $\begin{cases} -x + y = 2 \\ -x - y = -10 \end{cases}$

17 a) $x = 6$; $y = 14$.
b) Todos los puntos de cualquiera de las rectas son solución del sistema.
c) No tiene solución.
d) $x = -2$; $y = 1$.
e) $x = -0{,}5$; $y = 0$.

18 a) El sistema **d)** está formado por rectas perpendiculares; el sistema **b)** lo forman dos rectas paralelas coincidentes, y el **c)**, dos rectas paralelas distintas. En los restantes sistemas las rectas son secantes.
b) Los sistemas **a)**, **d)** y **e)** son compatibles determinados; el sistema **b)** es compatible indeterminados, y el sistema **c)** es incompatible.

19 Sí, tiene razón. Si se multiplica la segunda ecuación por -2, se obtiene la primera.

20 Lucio tiene razón. Al ser paralelas y tener distinta OaO no se van a cortar nunca.

21 $p = q = -1$.

22 $y_1 = -\frac{1}{2}x + 4$; $y_2 = x - 2$. El cuarto vértice está en el punto (4; 2).

23 $y_1 = -\frac{1}{2}x + 2$; $y_2 = 2x + 2$; $y_3 = -3x + 7$. El ángulo recto está en el punto (0; 2).

24 Por ejemplo, podría hallar las ecuaciones de las rectas y ver si son perpendiculares entre sí.

25 Tarda 10 segundos. Recorrió 200 m.

26 Tendrá que recorrer más de 376,71 km.

27 En todos los casos hay infinitas posibilidades. Por ejemplo, para que sea SCD, $a = -1$; $b = 2$; $c = 2$;
SCI: $a = 6$; $b = 4$; $c = 8$; SI: $a = -3$; $b = -2$; $c = 0$.
En el caso de SCD deben quedar rectas de distinta pendiente y para eso no pueden ser a la vez $a = 3$ y $b = 2$.
Para que sea SCI, a, b y c deben ser el resultado de multiplicar 3, 2 y 4 por un mismo número (respectivamente).
Para que sea SI, a y b deben ser como en el caso del SCI, pero c distinto.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

28 a) Se cruzan en el punto (2; 3,5). Son perpendiculares.
b) Hay infinitos puntos: cada uno debe estar sobre cada una de las rectas que contienen a las diagonales.
c) Sí. Los vértices son (0,5; 5) y (0,5; 2).

10 PROPORCIONALIDAD DE SEGMENTOS. SEMEJANZA

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) 20 cuadras, que equivalen a 2.000 m.
b) 150 m, 200 m y 180 m.
c) 2,25 cm, 3 cm y 2,70 cm.
d) 12,75 cm.

1 a) Se completan con: 40; 18; 20; por ejemplo, 1 y 36.
b) Solo la última. Se podrían haber puesto dos números cualesquiera cuyo producto sea 36.

2 a) $x = 4$
b) $x = \frac{1}{2}$
c) $x = 1$
d) $x = 3$; $x = -3$

3 a) El segmento pq debe medir 2,5 cm.
b) El segmento cd debe medir 4,5 cm.

4 a) 1,13
b) El de la recta R mide 1,08 y el otro, 1,35.
c) 5,4
d) El de la recta P mide 0,6 y el otro, 2,4.

5 a) Sí.
b) No.

6 a) Rojo: 5 Violeta: 6
b) Rojo: 2 Violeta: 3

8 Hay alrededor de 855 metros y medio. Sí, le alcanza. Como la ficha cae cada 130 m, entonces caerán 6 fichas durante el viaje, lo que equivale a \$ 27, más la bajada de bandera, hace un total de \$ 67.

9 b) No cambia la medida de los ángulos, pero puede cambiar la de los lados.

10 b) Se duplicaron.
c) Las medidas de los lados de sus triángulos también se duplicaron.

11 a) Los ángulos de un triángulo miden igual que los del otro.
b) Todos los cocientes son iguales.
c) Semejantes.

12 b) Son paralelos.
c) Semejantes.

13 a) Sí. Por criterio L.A.L. (los lados eo, of, go y oh son proporcionales por el teorema de Thales, y el ángulo eog es opuesto por el vértice al hof).
b) Cambiaría. Ya no se podría decir que los segmentos son proporcionales porque no se cumpliría el teorema.

14 a) V b) F c) F d) V

15 a) Se pueden tachar los dos primeros o solo el segundo, o solo el tercero.
b) Se puede tachar solo uno, cualquiera de ellos.
c) Se puede tachar solo el tercero o solo el último.

16 a) El más grande es el doble del otro. De esta forma, la razón de semejanza es 2. También se puede decir que el más chico es la mitad del otro, con lo que la razón de semejanza es $\frac{1}{2}$.
b) El área del más grande es 48 y la del más chico, 12. Este cociente es el cuadrado de la razón de semejanza.
c) Si dos figuras son semejantes, la razón entre sus áreas es el cuadrado de la razón de semejanza.

18 El área del otro puede ser $\frac{32}{9}$ o puede ser 18.

19 La razón entre la figura original y la más chica es menor a 1, mientras que la razón entre la figura original y la más grande es mayor a 1.

20 Congruentes.

22 Los dos hexágonos regulares.
a) No hace falta tomar las medidas del cuadrado, porque no hay más cuadriláteros, y las figuras semejantes tienen, además, la misma cantidad de lados.
b) En el caso de los triángulos, alcanza con medir dos ángulos. En el del hexágono basta con ver que son regulares.

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 a) No. 5 es el doble de 2,5, pero 2 no es el doble de 1,5.
b) No. La razón entre 1 y 3 es menor a 1, mientras que la razón entre 1,2 y 0,4 es mayor a 1.
c) Sí.

2 a) $x = 4$
b) $x = 12$; $x = -12$
c) $x = \frac{5}{2}$
d) $x = 5$; $x = -5$
e) $x = 6$

4 a) Al no dar la razón de semejanza, se pueden dibujar infinitos pares de segmentos.
b) Sí. El otro mediría 11,25 cm.

5 a) Tenía todos los datos excepto A.
b) $A = \frac{a \cdot S}{s}$

6 El edificio mide 67,20 cm.

7 Sí.

8 Azul: 7 Violeta: 4

9 x puede tomar cualquier valor positivo. Por ejemplo, si x = 10, el segmento verde mediría 2 y el azul, 10.

10 La verdadera es la **c)**. La razón entre el segmento verde y la suma entre el azul y el violeta es igual a la razón entre el anaranjado y la suma entre el rojo y el lila:
$$\frac{4,1}{(4,2+4)} = \frac{5,2}{(5,3+5,1)}.$$

12 Después de dividir al segmento pq en seis partes iguales se toma la medida de un sexto (con el compás) y se traslada siete veces esa medida sobre una semirrecta de origen m. El punto n coincide con la última marca del compás.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

14 a) Sí, porque puede ser más grande o más chico que el original. La razón de semejanza entre el más grande y el más pequeño (en ese orden) es 4 (si se consideran en el orden inverso, la razón también será el inverso de 4, es decir, 0,25).
b) Sí. En cualquier caso pueden dibujarse dos, uno más grande y otro más chico.

15 a) Como los ángulos mno y opq son rectos y el ángulo nom es opuesto por el vértice con el poq, por el criterio A.A. los triángulos son semejantes.
b) No hace falta tomar ninguna medida.

16 a) En el triángulo abc, b es recto, entonces a + c = 90°. Por otra parte, los triángulos apb y bpc tienen un ángulo recto en p. Entonces, si llamamos b1 al ángulo del triángulo apb con vértice en b, a + b1 = 90°. Luego, los ángulos c y b1 deben ser iguales. En consecuencia, los triángulos apb y bpc tienen dos pares de ángulos congruentes (los dos rectos, y c con b1). Luego, son semejantes.
b) Ambos son semejantes al triángulo abc porque son rectos y ambos comparten otro ángulo con él.

17 Dos triángulos rectángulos son semejantes si:
- un ángulo agudo de un triángulo es congruente a un ángulo agudo del otro;
- los dos catetos de un triángulo son proporcionales a los dos catetos del otro;
- un cateto y la hipotenusa de un triángulo son proporcionales a un cateto y la hipotenusa del otro.

18 Se puede construir modificando uno de los ángulos agudos.

19 El cuadrado y el pentágono.

21 Son semejantes. Todos los heptágonos regulares son semejantes entre sí.

11 ESTADÍSTICA

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) 66%: dos de cada tres con mascotas tienen perros.
71%: siete de cada diez personas con mascotas tienen perros.
b) No, porque no dice cuántos hoteles hay en cada país.

1 a) Los 4.800 tornillos que hay en la ferretería.
b) 240 tornillos.
c) 6 tornillos.
d) 120 tornillos.

2 a) Hay 40 puestos.
b) Hay 8 en los que se venden cueros y 10 en los que se venden pinturas.
c) Hay menos cantidad de puestos en los que se venden artesanías de metal, solo dos, mientras que de los que hay más son aquellos en los que se venden cerámicas, de los que hay 14.
d) Le conviene hacer artesanías en metal porque es de lo que menos puestos hay y en todos se vende más o menos lo mismo.

3 a)

D	Fa	Fr	F%	% acum
0	5	$\frac{5}{80}$	6,25	6,25
1	15	$\frac{15}{80}$	18,75	25
2	30	$\frac{30}{80}$	37,5	62,5
3	20	$\frac{20}{80}$	25	87,5
4	10	$\frac{10}{80}$	12,5	100
Total	80	1	100	

b) Sí es verdad que una de cada ocho personas prefiere cuatro gustos. No es cierto que la mitad prefiere uno o dos gustos (es más de la mitad).
c) El 87,5%. Se observa en la última columna.
d) El primero, porque en el segundo parece como si una persona hubiese elegido 15 gustos.

4 Para el gráfico de barras se usa la frecuencia absoluta; para el gráfico circular, la frecuencia porcentual.

5 Se tiene en cuenta la moda. Los restantes no pueden calcularse porque la variable es cualitativa.

6 a) La moda es 7; la mediana 7; la media también es 7.
b) Si aprueban con 6, está aprobado el 81,25%. En cambio, si aprueban con 7, aprobó el 68,75%.

7 a) Hay 60 departamentos. En 57 departamentos hay mascotas. Representa el 95% del total.
b) La media o promedio 2,4. La moda es 2. La mediana coincide con la moda.

8 a) La variable es cuantitativa discreta.
La moda es 2; la mediana es 2; la media es 2,19.
b) En este caso se altera la media. Ahora el total de personas atendidas es 150, y la cantidad de personas que consume seis frutas diarias es 17 (las 2 anteriores más las 15 nuevas). El nuevo valor de la media es 2,57.

9 Uno tiene 34 y el otro, 35 años.

10 a) Aparece un histograma. Habría que cambiarlo a un gráfico de barras.
b) Los parámetros deben coincidir con los que se calculan "a mano".

11 a) De 6.650 parturientas.
b) 0,33% aproximadamente.
c) 81,71% aproximadamente.
d) De 45 años en adelante.
e) No se puede decir una edad, pero sí un rango de edades: entre los 20 y los 25 años. Expresado como intervalo es [25; 30).
f) Tampoco se puede decir exactamente cuál es la edad que corresponde a la mediana, pero sí que pertenece al intervalo [25; 30).
g) Se trabaja con la marca de clase de cada intervalo y se considera solo la cantidad de mujeres de las cuales se conoce la edad (no el total). De esa forma, la media es 27,83 años.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

12 a)

MC	Intervalo	Fa	Fr	F%	% acum
12	[10; 14)	25	$\frac{25}{150}$	16,7	16,7
16	[14; 18)	45	$\frac{45}{150}$	30	46,7
20	[18; 22)	52	$\frac{52}{150}$	34,7	81,4
24	[22; 26]	28	$\frac{28}{150}$	18,6	100
	Total	150	1	100	

b) El intervalo modal es [18; 22); corresponde a la longitud de las pulseras que más se realizaron. La mediana está en el intervalo [18; 22); es decir, la mitad de las pulseras, ordenadas según su longitud, están entre los intervalos anteriores y ese, y la otra mitad, entre ese intervalo y el siguiente. La media es 18,21 cm, y representa la longitud promedio de todas las pulseras realizadas.

13 b)

Intervalo	Fa	Fr	F%	% acum
[1,5; 1,9)	10	$\frac{10}{48}$	21	21
[1,9; 2,3)	9	$\frac{9}{48}$	19	40
[2,3; 2,7)	7	$\frac{7}{48}$	14	54
[2,7; 3,1)	13	$\frac{13}{48}$	27	81
[3,1; 3,5]	9	$\frac{9}{48}$	19	100
Total	48	1	100	

c) El intervalo modal es [2,7; 3,1). La mediana está en el intervalo [2,3; 2,7). La media es 2,52 aproximadamente.

14 a) Las modas son 1,74 y 2,09, pero no son valores representativos porque su frecuencia absoluta es muy baja. La mediana es 2,48 y cae en el intervalo [2,3; 2,7), mencionado en la resolución anterior. El promedio es 2,486, muy próximo al valor hallado con las marcas de clase.
b) No tiene sentido representar los datos de esta forma porque la frecuencia absoluta de la mayoría de ellos es 1.

15 a) Hay infinitas respuestas; solo hay que considerar que 12,5 sea la mitad del intervalo. Por ejemplo, [12; 13), o [12,4; 12,6)…
b) El intervalo es [11; 14).

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 a) La moda.
b) No, porque la variable es cualitativa.

3 a) Cualitativa.
b) 200 platos.
c) Pizza. Es el plato más pedido.
d) Sí, con pizzas y hamburguesas, o con pizzas y ravioles. Es el plato más pedido.
e) El 13%.
f) No, 9 de cada 100 pidieron milanesa.

4 a) Cuantitativa discreta.
b) Hay dos modas: 7 y 10. Esto significa que, de las personas que respondieron la encuesta, hay más que vacacionan 7 días o 10 días que cualquier otra cantidad de días.
c) El promedio es 11,08 días, y la mediana, 10.
d) El 67,19% vacacionan hasta diez días. Más de dos semanas, el 18,75%.

5 a) Incorrecto: siempre puede hallarse.
b) Correcto.
c) Incorrecto: se usa si la variable es discreta.
d) Correcto.
e) Correcto.
f) Incorrecto: el total es 1.

6 Las respuestas dependen de la cantidad de intervalos considerados.

7 a) Intervalo modal: [30.000; 40.000). La mediana está en el mismo intervalo. La media es $ 44.142,85.
b) En este caso, el intervalo modal es más representativo que la media.
c) El 77,14%.

8 a) Faltan tres. Pueden darse cuenta por la amplitud de cada intervalo.
b) El intervalo modal.
c) Falta distribuir siete respuestas en esos tres intervalos, por lo que hay más de una opción.

9 a)

Intervalo	Fa	Fr	F%	% acum
[20; 25)	**95**	$\frac{95}{400}$	23,75	23,75
[25; 30)	102	$\frac{102}{400}$	**25,5**	49,25
[30; 35)	107	$\frac{107}{400}$	26,75	76
[35; 40]	96	**0,24**	24	100
Total	**400**	1	100	

b) El 49,25%.
c) La media es 30,05 y el intervalo modal es [30; 35), donde también está la mediana.

12 MOVIMIENTOS. HOMOTECIAS. TRIGONOMETRÍA

MATEMÁTICA EN TODAS PARTES

a) **D1**: 1; **D2**: 5; **D3**: 3; **D4**: 10; **D5**: 4; **D6**: 2.
b) En cuatro posiciones. Se pueden obtener de varias formas. Por ejemplo, rotándolos.
c) Simétricos respecto de la línea horizontal que separa ambos colores.
d) Sí, porque se rote o se halle su simétrico la figura queda igual.

3 a) Simétrica.
b) El eje de simetría.
c) Sí. Por ejemplo, al cerrar el ojo derecho en el espejo se ve cerrado el del lado izquierdo.

4 Debe girar 67° 30′. Al ser 16 góndolas, los 360° que forman un giro se dividen en 16 ángulos de 22° 30′ cada uno, y entre la azul y la anaranjada hay tres espacios.

6 a) La **c)**, porque al trazar el ángulo de 180° el nuevo vértice queda sobre la misma recta que el original, pero del otro lado (en la semirrecta opuesta).
b) Hay muchas opciones; por ejemplo: 144°; –72°; 216°.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

7 En la intersección de sus diagonales.

8 Con uno de –230°; o con cualquiera que sea una cantidad completa de giros sumado a 130° o a –230°.

11 a) Incorrecta. No importa dónde su ubique el vector, sino su módulo y dirección (para ver si se superpone o no, no importa el sentido).
b) Correcta.
c) Incorrecta. Queda del mismo tamaño.

12 a) Con la traslación.
b) En la simetría axial, si el eje se superpone a la figura original, los puntos que tienen en común coinciden con su imagen. En la simetría central y en las rotaciones ocurre lo mismo si el centro pertenece a la figura, siendo este el único punto en el que coinciden el original y su imagen.
c) En la traslación, con otra traslación de igual módulo y dirección, pero sentido contrario. En las simetrías, aplicando otra vez la misma simetría. Y en las rotaciones, con otra rotación de igual medida, pero sentido contrario. Hay otras formas (se mencionan las más simples).

14 El centro de rotación coincide con el centro de la figura. La figura se puede descomponer en 12 porciones más simples, por lo que el ángulo de giro es de 30°.

15 b) Se forma un rombo. Con una simetría de eje E_1, otra de eje E_2 y una de centro en la intersección de ambos ejes.

17 a) Al tratarse de una circunferencia puede volverse con cualquier movimiento.
b) Con cualquiera excepto con una traslación. Por ejemplo, con una simetría cuyo centro contenga a un diámetro, o con cualquier rotación con centro en el centro de la circunferencia (lo que incluye la simetría central de igual centro).

18 b) Son iguales.
c) También son iguales. Se llama razón de semejanza.

20 Con la simetría central (y, en consecuencia, con la rotación de 180°).

21 En el primer triángulo es: hipotenusa, 4; cateto opuesto, 3,46; cateto adyacente, 2. Luego, sen α = 0,865; cos α = 0,5; tg α = 1,73.
En el segundo triángulo es: hipotenusa, 3,55; cateto opuesto, 2,72; cateto adyacente, 2,28. Luego, sen α = 0,766197…; cos α = 0,64255…; tg α = 1,192982…
En el tercer triángulo es: hipotenusa, 3,78; cateto opuesto, 3,1; cateto adyacente, 2,17. Luego, sen α = 0,8201…; cos α = 0,57407…; tg α = 1,428571…

22 Si al otro ángulo agudo se lo llama β, en todos los casos es sen β = cos α; cos β = sen α; además, tg β es el inverso de tg α. Esto ocurre porque el cateto opuesto a α es adyacente a β, y el adyacente a α es opuesto a β. La hipotenusa no se modifica.

23

Ángulo	Seno	Coseno	Tangente
0°	0	1	0
30°	0,5	0,866025…	0,577350…
40°	**0,642787609**	0,766044…	0,839099…
45°	0,707106…	0,707106…	**1**
52°	0,788010…	**0,615661475**	1,279941…
60°	0,866025…	0,5	1,732050…
80°	0,984807…	0,173648…	**5,67128182**
90°	1	**0**	No existe.

24 El seno varía entre 0 y 1. El coseno también, pero empieza en 1, para el ángulo de 0°, y decrece hasta 0, para el ángulo de 90°. En cambio, la tangente aumenta indefinidamente, pero para 90° no existe.

25 a) Cat. opuesto: 2,2212; cat. adyacente: 2. El ángulo que falta mide 42°.
b) Cat. opuesto: 1,9713; hipotenusa: 2,5016. El ángulo que falta mide 38°.
c) Hipotenusa: 2,8284. Cada ángulo mide 45°.
d) Cateto: 2,32. El ángulo adyacente al cateto dado mide 60° y el restante, 30°.

26 a) Perímetro: 11,72. Área: 5,41.
b) Perímetro: 10,98. Área: 4,53.

27 A 17,46 m.

28 a) 1,55 m.
b) El soporte está a 5 m del poste. El ángulo que forman el tensor y el poste es de 27°.
c) Con un ángulo de no más de 4° 34′ 26″.

29 El arco mide 1,047 m, y la cuerda, 1,035 m (apenas unos 12 mm menos).

30 a) No. Mide 1,63.
b) Sí mide 1,73.

31 a) Primero se calcula el ángulo central del polígono (para eso se necesita saber la cantidad de lados). Luego, se forma un triángulo rectángulo entre la apotema, medio lado y el radio de la circunferencia que circunscribe el polígono. Se considera, entonces, medio ángulo central y medio lado, siendo este el cateto opuesto a ese ángulo. La apotema resulta ser el cateto adyacente del mismo ángulo. Luego se calcula su medida a partir de la tangente.
b) No. Al ser distinto el ángulo central, el valor de la apotema cambia.

TIEMPO DE REPASAR TODO

1 b) No, queda invertido.
c) Hay varias opciones, pero en todos los casos el ángulo debe ser múltiplo entero de 120°.

3 b) Se realizan cinco rotaciones para completar el giro. De esa forma quedan seis figuras iguales, cuyos ángulos centrales suman 360°. En consecuencia, el ángulo de la figura original es de 60°.
c) Sería de 45° y deberían realizarse siete rotaciones (juntan así ocho figuras iguales).

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

5 a) Correcta.
b) Incorrecta.
c) Correcta.
d) Correcta.
e) Incorrecta.

6 a) Las medidas de la figura que se realice son un quinto de las del dibujo original.
b) Para volver al tamaño original, la homotecia debe ser de razón 5.

8 Concorde: 62,352 m; Boeing 747-8: 75,60 m.

9 a) 0,76884.
b) 0,76609.
c) 0,92967.
d) 0,26959.
e) 0,93143.
f) 7,52498.

10 a) 25°.
b) 76°.
c) 76°.
d) 45° 30′.
e) 63° 26′ 6″.
f) 11°.

11 a) Cat. opuesto: 2,614; hipotenusa: 2,961. El ángulo que falta mide 28°.
b) Cat. opuesto: 2,633; cat. adyacente: 1,710. El ángulo que falta mide 33°.
c) Cateto: 2,05; hipotenusa: 2,899. El ángulo que falta mide 45°.
d) Cateto: 2,537. El ángulo adyacente al cateto dado mide 53° 54′ 6″ y el restante, 36° 5′ 54″.

12 a) Mide 2,5 m aproximadamente.
b) Sus lados miden 4,3 cm cada uno. Tiene dos ángulos de 71° y los otros dos de 109° aproximadamente.

13 Perímetro: 15,25. Área: 7,75.

14 Perímetro: 11,84. Área: 10,6.

NOTAS

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

DESCUBRÍ QUÉ MÁS OFRECE ESTA CARPETA.

SANTILLANA