

SOLUCIONES

Las respuestas que no figuran quedan a cargo del alumno.

1 Números reales

MATEMUNDO

A 4 km.

1. a. $\frac{31}{41}$ b. 3
2. a. 0,173 b. 23,079 c. 6,275
3. a. 1,2 b. $4\frac{1}{3}$
c. $0,2\bar{5}$ d. -1
4. 1.999, N, Z, Q.
-6, Z, Q.
-1,4, Q.
 $1,\bar{3}5$, Q.
1,58, Q.
5. 1
6. 2
8. $\frac{5}{6}$
9. $\frac{14}{17}$
10. 9/10 y 18/20.
11. a. Q b. I c. I
d. Q e. I f. Q
g. Q h. Q
12. En todos los casos, se trata de algunos ejemplos.
 - a. $-4,10110111011110\dots$ y $3,10110111011110\dots$
 - b. $\sqrt{2}$ y $\sqrt{18}$.
 - c. $\sqrt{3}$ y $-\sqrt{3}$.
13. a. Con un triángulo rectángulo de catetos 4 y 1.
b. Con un triángulo rectángulo de catetos $\sqrt{3}$ y 4.
14. Q, R.
Z, Q, R.
I, R.
N, Z, Q, R.
Q, R.
I, R.
15. $3\sqrt{5}; \frac{48}{7}; \frac{62}{9}; 7,04; \sqrt{50}$.

16. Por ejemplo, 7,05.

17. a. A veces. b. Siempre. c. Siempre.
d. A veces. e. Nunca. f. Siempre.
18. a. $\{x \in \mathbb{R} / -4 < x \leq 3\}$
b. $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 6\}$
c. $\{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$
19. Al intervalo [-17; 16].
20. a. $(-\infty; 1) \cup [5; +\infty)$ b. $(-\infty; -4) \cup [5; 7)$
21. a. $S = \{-2/3; 4\}$ b. $S = \{2/7; 6/7\}$
22. a. $x = 4$ b. $x = -1$
23. a. $S = (-\infty; 7/11] \cup [1; +\infty)$
b. $S = [-9/2; 3]$
24. a. $\sqrt{5} + \frac{37}{5}\pi$ b. $\sqrt{3} - \frac{37}{6}\pi$
c. $\frac{127}{9} + \pi - \sqrt{2}$ d. $\frac{1.507}{315} - \sqrt{5}$
25. 8,49
26. -4,9
27. Área capa de agua: $153,61 \text{ m}^2$.
Área vereda: $71,72 \text{ m}^2$.
28. \$24.710,72
29. 0,041 mm
30. Toda la propiedad: $281,60 \text{ m}^2$.
Jardín: $142,37 \text{ m}^2$.
31. Área: $38,36 \text{ cm}^2$. Perímetro: $20,16 \text{ cm}$.
32. a. x^{ab} b. 6^n
c. 4^{m+2} d. p
33. 30
34. 1,25
35. 25

- 36.** a. $x = 6$
c. $x = 20/17$
- b.** $x = 5$
d. $x = 10$

37. $x = 5$

38. $89^2 = 7.921$

- 39.** a. 1
b. 16

- 40.** a. $x^{\text{mp/n}}$
c. x^d
- b.** $x^{1/a + 1/ab}$
d. $x^{d/ac + b/a}$

- 41.** a. 27
b. 8

42. $x = 5$

43. $a \cdot b$

- 44.** a. 6,51 s
b. 6,83 s

- 45.** a. $6\sqrt{2}$
b. $2\sqrt[3]{7}$

c. $3\sqrt[4]{5}$
d. $2\sqrt[5]{3}$

e. $m^3n^5\sqrt[3]{m^2n^2}$
f. $2m^2\sqrt[5]{4m^2}$

- 46.** a. $\sqrt[30]{7^{10}}$
b. $\sqrt[30]{2^6}$

c. $\sqrt[30]{2^{10}a^{20}}$
d. $\sqrt[30]{2^6p^{12}q^{30}}$

- 47.** a. $\sqrt[6]{2^3} y \sqrt[6]{3^2}$
b. $\sqrt[15]{6^3} y \sqrt[15]{77}$

c. $\sqrt[2]{m^{12}} y \sqrt[2]{x^{14}}$
d. $\sqrt[84]{a^{105}} y \sqrt[84]{n^{196}}$

- 48.** a. $\sqrt{2} - 8\sqrt{3}$
b. $3\sqrt[3]{5} + \sqrt[4]{2}$

c. 24
d. -1

49. a. Perímetro: $(2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{11})$ cm.
Área: $4\sqrt{6}$ cm².

b. Perímetro: $4 \cdot (3\sqrt{3} + \sqrt{10})$ cm.
Área: $12\sqrt{30}$ cm².

- 50.** a. $\frac{6}{5}\sqrt{10}$
b. $\frac{\sqrt{12}}{12}$
c. $\frac{7\sqrt[3]{2^2}}{2}$
- d.** $6\sqrt[4]{3}$
e. $\frac{15\sqrt[3]{4a}}{4a^2}$
f. $\frac{18\sqrt[4]{x^3y}}{x^2y^2}$

- 51.** a. $\frac{13 \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{5})}{8}$
c. $3 \cdot (3\sqrt{3} - 2\sqrt{5})$

- b.** $5 + 2\sqrt{6}$
d. $\frac{m}{2a} \cdot (\sqrt{3a} + \sqrt{a})$
- 52.** a. $a_n = \frac{n}{n+3}$
c. $a_n = \frac{n^2}{n+1}$

- b.** $a_n = \frac{n^2}{n^2+3}$
d. $a_n = \frac{2n-1}{4n}$

53. $a_n = \frac{2n}{2(n+1)+1}$ $a_{100} = \frac{200}{203}$

54. $a_n = \frac{n^2}{n+2}$ $a_{30} = \frac{225}{8}$

55. $a_n = -\frac{3n-1}{n+6}$ $a_{18} = -\frac{53}{24}$

58. Para 3 personas: \$800.

Para 4 personas: \$600.

Para 5 personas: \$480.

Para 6 personas: \$400.

Para n personas: $\frac{2.400}{n}$. Es decreciente.

59. 4,5 kg

- 60.** a. 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16.

b. $a_n = 4 + 2(n-1)$

c. El día 20.

- 61.** a. 1, 4, 16, 64, 256, 1.024.

b. $a_n = 4^{n-1}$

c. 262.144

62. a. De sumas: $a_n = -7 + 5(n-1)$.

b. De multiplicaciones: $a_n = 1,5 \cdot 3^{n-1}$.

c. De multiplicaciones: $a_n = 5 \cdot (-2)^{n-1}$.

d. De sumas: $a_n = 7 + 0,5(n-1)$.

REPASO TODO

- 63.** Racional. Da 2^9 .

- 64.** b. Es acorde.

c. Por ejemplo, 1; 1,5 y π .

- 65.** El 2.º: $(-3; 6]$. El 4.º: $(-\infty; -6] \cup [-1; +\infty)$.

- 66.** a. I. $(-\infty; 1]$ II. $(-3; 1)$

III. $[-1; 5/3]$ IV. $(-\infty; -2) \cup (6/5; +\infty)$

b. Unión: $(-\infty; 1]$. Intersección: $(-3; 1)$.

- 67.** 4

68. 1**69.** De 27 pulgadas; 110,69 cm y 62,26 cm, aproximadamente.

70. a. $\left(\frac{b}{a}\right)^n$ b. $-a$
c. $\sqrt[b]{a}$ d. a^n

71. a. $2\sqrt[3]{5}$ b. $3\sqrt[8]{9}$
c. $5\sqrt[3]{14}$ d. $3a^2b^3\sqrt[3]{3ab}$
e. $-3p^4\sqrt[5]{2p^3}$ f. $7^3m^4n^{10}\sqrt[4]{7m^3n^3}$

72. a. $x = 2$ b. $x = 8$

73. $-11/8$

74. a. $5\sqrt{5}$ b. $\frac{4}{3} + \sqrt[3]{9}$

75. a. $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$ $a_{10} = \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{11}}$
b. $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

c. Es decreciente.

ACTIVIDADES MATEMUNDO**76.** La primera es más precisa. En 2018, \$36,96.**77.** \$2,125**78.** $8,5 \Omega$ **79.** 2,52 m/s**80.** \$16.843,20**81.** $2,75 \cdot 10^{10}$ **82.** \$6.300**2 Funciones****MATEMUNDO** $-4,5 \text{ m}$ y $4,5 \text{ m}$.

1. a. -11 b. 29
c. -36 d. $5m - 1$

2. a. Recta que pasa por $(0; 6)$ y $(-6; 0)$.
b. Recta que pasa por $(0; 1)$ y $(1; -1)$.

3. a. $R - \{-2\}$ b. $R - \{1\}$
c. $[9; +\infty)$ d. $[3,5; +\infty)$
e. $(-\infty; 1) \cup [2; +\infty)$ f. $(-8; 5]$

4. a. $R - \{-4; -3\}$ b. $R - \{1; 8\}$

5. a. $R - \{0\}$ b. $R - \{-1\}$
c. $[0; +\infty)$ d. $[-3; +\infty)$

6. a. $[0; 1) \cup [1; +\infty)$ b. $[0; +\infty)$
c. $[4; +\infty)$ d. $(-\infty; 1)$

7. Para la función f:
Puntos de corte: $(-4; 0), (-2; 0), (0; 8)$.
 $C^0 = \{-4; -2\}$
 $C^+ = (-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$
 $C^- = (-4; -2)$

Para la función g:

Puntos de corte: $(0; 0)$.

$C^0 = \{0\}$ $C^+ = (0; +\infty)$ $C^- = (-\infty; 0)$

Para la función h:

Puntos de corte: $(2; 0), (-2; 0)$.

$C^0 = \{2\}$ $C^+ = (2; +\infty)$ $C^- = (-\infty; 2)$

Para la función i:

Puntos de corte: $(0; -4)$.

$C^0 = \emptyset$ $C^+ = \emptyset$ $C^- = R$

8. a. Puntos de corte: $(0; 0)$.
 $C^0 = \{0\}$ $C^+ = (0; +\infty)$ $C^- = (-\infty; 0)$ **b.** Puntos de corte: $(0,75; 0), (0; 3)$.
 $C^0 = \{0,75\}$ $C^+ = (-\infty; 0,75)$
 $C^- = (0,75; +\infty)$

- c.** Puntos de corte: $(-2; 0), (2; 0)$.
 $C^0 = \{-2; 2\}$ $C^+ = (-2; 2)$
 $C^- = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- d.** Puntos de corte: $(-2; 0), (0; 8)$.
 $C^0 = \{-2\}$ $C^+ = (-2; +\infty)$ $C^- = (-\infty; -2)$
- e.** Puntos de corte: $(0; 0), (5; 0)$.
 $C^0 = \{0; 5\}$ $C^+ = (-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$
 $C^- = (0; 5)$
- f.** Puntos de corte: $(0; -1)$.
 $C^0 = \emptyset$ $C^+ = \emptyset$ $C^- = \mathbb{R}$
- 9.** Si $b = 0$, tiene solo el $(0; 0)$. En caso contrario, tiene dos.
- 10.** Uno, es el punto $(0; c)$.
- 11.** Tres.
- 12.** **a.** $f(x) = 2,10x + 350$
b. Es una recta que pasa por $(0; 350)$ y $(10; 371)$.
c. El dominio en el contexto del problema es $[0; +\infty)$. No tiene sentido considerar la intersección con el eje x.
- 13.** Crece en los intervalos $(-2; 1) \cup (4; 6) \cup (8; 9]$.
Decrece en los intervalos $[-6; -2) \cup (1; 4) \cup (6; 8)$.
Máximos relativos: 4 para $x = 1$; 1 para $x = 6$; 2 para $x = 9$.
Máximo absoluto para $x = 1$.
Mínimos relativos: 2 para $x = -2$; -2 para $x = 4$; -1 para $x = 8$.
Mínimo absoluto para $x = 4$.
Imagen de g : $[-2; -4]$.
- 16.** f no es par ni impar.
g es impar.
h es par.
i no es par ni impar.
- 18.** **a.** Es par.
b. No es par ni impar.
c. No es par ni impar.
d. Es impar.
e. Es par.
f. Es impar.
- 19.** **a.** El período es 2.
b. No es periódica.
c. El período es 5.
- 20.** **a.** Crece en $(-4 + 10n; -2 + 10n) \cup (0 + 10n; 2 + 10n)$.
b. Decrece en $(-2 + 10n; 0 + 10n) \cup (2 + 10n; 6 + 10n)$.
c. Máximo absoluto 8 para $x = 2 + 10n$.
Máximo relativo 2 para $x = 8 + 10n$.
Mínimo absoluto -1 para $x = 6 + 10n$.
Mínimo relativo 1 para $x = 0 + 10n$.
d. Imagen de $f : [-1; 8]$.
- 21.** **a.** No es par ni impar. El gráfico tiene vértice en $(-4; 0)$.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [0; +\infty)$. Crece en $(-4; +\infty)$.
Decrece en $(-\infty; -4)$.
 $C^+ = (-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$. $C^- = \emptyset$.
- b.** Es par. El gráfico tiene vértice en $(0; -7)$.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.
 $\text{Im } f = [-7; +\infty)$. Crece en $(0; +\infty)$.
Decrece en $(-\infty; 0)$.
 $C^+ = (-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$. $C^- = (-7; 7)$.
- c.** No es par ni impar. El gráfico tiene vértice en $(-2; 0)$.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = (-\infty; 0)$. Crece en $(-\infty; -2)$.
Decrece en $(-2; +\infty)$.
 $C^+ = \emptyset$. $C^- = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
- d.** No es par ni impar. El gráfico tiene vértice en $(3; 0)$.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = (-\infty; 0)$. Crece en $(-\infty; 3)$.
Decrece en $(3; +\infty)$.
 $C^+ = \emptyset$. $C^- = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.
- 22.** **a.** $(0; -7)$
b. $(4; 1)$
- 23.** **a.** $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [0; +\infty)$. Vértice en $(0; 0)$, f es par y pasa por $(1; 2)$.
b. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [0; +\infty)$. Vértice en $(0; 0)$, f es par y pasa por $(1; 5)$.
c. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [0; +\infty)$. Vértice en $(-1/3; 0)$. Pasa por $(0; 1)$ y $(-1/3; 2)$.
d. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [0; +\infty)$. Vértice en $(-3; 0)$. Pasa por $(0; 6)$ y $(-6; 6)$.
e. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [-2; +\infty)$. Vértice en $(0; -2)$.
f. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [5; +\infty)$. Vértice en $(0; 5)$, f es par y pasa por $(1; 10)$.

- 24.** a. $(-1/4; 0)$
c. $(0; -6)$
e. $(0,2; 0,2)$
- b. $(-3; 0)$
d. $(0; 12)$
f. $(-1/3; 1/3)$

REPASO TODO

- 25.** a. $\text{Dom } h = \mathbb{R}$
c. $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{11\}$
- b. $\text{Dom } i = \mathbb{R}$
d. $\text{Dom } g = [-2; +\infty)$

- 26.** $\text{Dom } h = \mathbb{R} - \{2\}$
 $\text{Im } f = \mathbb{R} - \{-1\}$
- $\text{Dom } g = \mathbb{R}$
 $\text{Im } g = [-2; 4]$

- 27.** a. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [0; +\infty)$. Parábola con vértice en $(0; 0)$, f es par y pasa por $(1; 3)$.
b. $h(x) = -3x^2$. $\text{Dom } h = \mathbb{R}$. $\text{Im } h = (-\infty; 0]$.

- 28.** Crece en $(1; 2) \cup (3; 4) \cup (5; 6)$.
Decrece en $(2; 3) \cup (4; 5)$.
Máximos relativos: 4 para $x = 2$; 6 para $x = 4$ (absoluto).
Mínimos relativos: 3 para $x = 3$; 2 para $x = 5$ (absoluto).

- 29.** a. Es impar.
b. Es par.
c. No es par ni impar.
d. No es par ni impar.

- 30.** El primero (período 2,5) y el tercero (período 1).

- 31.** Período: 5; $f(6) = 1$, $f(8) = -1$, $f(10) = 2$.

- 32.** a. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = \mathbb{R}$. No es par ni impar.
Crece en \mathbb{R} .
 $C^+ = (-1/2; +\infty)$. $C^- = (-\infty; -1/2)$.
- b. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [2; +\infty)$. No es par ni impar.
Vértice en $(7; 2)$. Crece en $(7; +\infty)$.
Decrece en $(-\infty; 7)$.
 $C^+ = \mathbb{R}$. $C^- = \emptyset$. $C^0 = \emptyset$.
- c. $\text{Dom } g = \mathbb{R}$. $\text{Im } g = [0; +\infty)$. No es par ni impar.
Vértice en $(-5; 0)$. Crece en $(-5; +\infty)$.
Decrece en $(-\infty; -5)$.
 $C^+ = \mathbb{R} - \{-5\}$. $C^- = \emptyset$. $C^0 = \{-5\}$.
- d. $\text{Dom } g = [5; +\infty)$. $\text{Im } g = [0; +\infty)$. No es par ni impar.
Crece en $[5; +\infty)$.
 $C^+ = (5; +\infty)$. $C^- = \emptyset$. $C^0 = \{5\}$.

- 33.** a. $A(x) = x \cdot \sqrt{100 - x^2}$
b. $\text{Dom } A = [0; 10]$.
c. $A(\sqrt{50}) = 50$ es un máximo.
d. El dominio es $[-10; 10]$. Es distinto porque no se contempla que las imágenes no sean negativas.

- 34.** El vértice de g es $(2; 0)$. Su ordenada es un mínimo.
El vértice de h es $(-1; 0)$. Su ordenada es un máximo.

ACTIVIDADES MATEMUNDO

- 35.** a. 135
b. Al cabo de 1 año: 60. Al cabo de 2 años: 15.
c. 3 años.
d. $f(0) = 135$ (ítem a). $f(3) = 0$ (ítem c).
e. $[0; 3]$
- 36.** a. $N(0) = 300$. $N(4) = 500$. $N(24) = 1.500$.
b. Es creciente.
c. Porque la función vale 0 para $t = -6$ y no tiene sentido una cantidad negativa de horas.

- 37.** a. 1,2 segundos; 0,6 segundos; 0,8 segundos.
b. La 1 corresponde al que padece bradicardia; la 2, al que tiene taquicardia; la 3, al normal.

- 38.** a. Se congeló.
c. $C^+ = [0; 5]$. $C^- = (5; 8]$.

3 Función cuadrática

MATEMUNDO

Recta y parábola.

1. a. 4 y 6. b. 3 y 5.

2. a. Mínimo. b. Máximo.

3. a.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9
$g(x)$	27	12	3	0	3	12	27
$h(x)$	-27	-12	-3	0	-3	-12	-27
$r(x)$	9/4	1	1/4	0	1/4	1	9/4

- c. Las ramas de g están más cerradas.
d. Son simétricos con respecto al eje x.
e. Por ejemplo, $s(x) = 1/5 x^2$.
f. Por ejemplo, $t(x) = 4x^2$.
g. $u(x) = -1/4 x^2$.

4. a. $f(x) = -2x^2$ b. $f(x) = 1/3 x^2$
c. $f(x) = x^2$ d. $f(x) = 4x^2$

5. a.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9
$g(x)$	11	6	3	2	3	6	11
$h(x)$	7	2	-1	-2	-1	2	7
$j(x)$	22	12	6	4	6	12	22

- c. El de g es igual al de f , pero desplazado 2 unidades hacia arriba. El de h es igual al de f , pero desplazado 2 unidades hacia abajo.
d. El vértice de j está 4 unidades más arriba que el de f y sus ramas son más cerradas.
6. a. $V = (1; 1); x = 1$.
b. $V = (1/4; 7/8); x = 1/4$.
c. $V = (0; 7); x = 0$.
d. $V = (1/6; -1/12); x = 1/6$.

7. a. Mínimo: 0. $\text{Im } f = [0; +\infty)$.
b. Máximo: $-7/8$. $\text{Im } f = (-\infty; -7/8]$.

8. a. $V = (3/4; 9/8)$; es un máximo.

9. a. $x_1 = -4; x_2 = 6$.
b. $x_1 = -2; x_2 = -3$.
c. $x_1 = -27/5; x_2 = -1$.
d. $x_1 = -2/3; x_2 = -1/2$.
e. $x_1 = -6; x_2 = 6$.
f. $x_1 = 0; x_2 = 2$.

10. a. $x_1 = -3; x_2 = 4$. b. $x_1 = -2; x_2 = 3$.
c. $x_1 = 4; x_2 = 9$. d. $x_1 = -5; x_2 = 7$.
e. $x_1 = -5; x_2 = 2$. f. $x_1 = -5; x_2 = 8$.

11. a. $a = -4,9; b = 58,8; c = 0$.
b. En $t = 0$ y $t = 12$.

12. A 40,2 m, aproximadamente.

- 13.

Ecuación	Δ	N.º de raíces
$5x^2 - 10x = 0$	100	2
$18x^2 + 24x + 8 = 0$	0	1
$3x^2 + 18x + 27 = 0$	0	1
$7x^2 + 14x - 7 = 0$	392	2
$6x^2 = 0$	0	1

14. a. $m = 5$

- b. $m = 3$
c. $m = -3/2$

15. a. $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [0; +\infty)$.
 $V = (-2; 0)$. Eje de simetría: $x = -2$.
Mínimo: 0. Crece en $(-2; +\infty)$.
Decrece en $(-\infty; -2)$.
Cortes con los ejes: $(-2; 0)$ y $(0; 4)$.
 $C^0 = \{-2\}$. $C^+ = \mathbb{R} - \{-2\}$. $C^- = \emptyset$.

- b. $\text{Dom } g = \mathbb{R}$. $\text{Im } g = (-\infty; 9]$.
 $V = (2; 9)$. Eje de simetría: $x = 2$.
Máximo: 9. Crece en $(-\infty; 2)$.
Decrece en $(2; +\infty)$.
Cortes con los ejes: $(-1; 0)$, $(5; 0)$ y $(0; 5)$.
 $C^0 = \{-1; 5\}$. $C^+ = (-1; 5)$.
 $C^- = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

16. a. La parábola es cóncava.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$. $\text{Im } f = [-25/4; +\infty)$.
 $V = (-1/2; -25/4)$. Eje de simetría: $x = -1/2$.

Mínimo: $-25/4$, para $x = -1/2$.
 Crece en $(-1/2; +\infty)$. Decrece en $(-\infty; -1/2)$.
 Cortes con los ejes: $(-3; 0)$, $(2; 0)$ y $(0; -6)$.
 $C^0 = \{-3; 2\}$. $C^+ = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.
 $C^- = (-3; 2)$.

- b.** La parábola es cóncava.
 $\text{Dom } g = \mathbb{R}$. $\text{Im } g = [-64; +\infty)$.
 $V = (-6; -64)$. Eje de simetría: $x = -6$.
 Mínimo: -64 , para $x = -6$.
 Crece en $(-6; +\infty)$. Decrece en $(-\infty; -6)$.
 Cortes con los ejes: $(-14; 0)$, $(2; 0)$ y $(0; -28)$.
 $C^0 = \{-14; 2\}$. $C^+ = (-\infty; -14) \cup (2; +\infty)$.
 $C^- = (-14; 2)$.

17. El de f es el de la derecha; el de g es el de la izquierda.

18. 2,5 m; al cabo de 0,4 s.

19. 2; 20.

20. a. \$500 **b.** \$1.000.000

21. a. 219,5 m **b.** 39,1 m

22. a. \$1.900 **b.** \$1.805.000

23. a. $x^2 + 4x + 4y + 12 = 0$
b. $y^2 - 4y - 4x + 12 = 0$

24. Hay infinitas. Ejemplo: $y^2 - 4x - 16 = 0$.

25. Hay infinitas. Ejemplo: $y^2 - 4x - 12 = 0$.

26. $x^2 - 8x - 24y - 200 = 0$. El vértice sería $(4; -9)$.

27. $x^2 - 14x + 20y + 29 = 0$

28. $x^2 - 4x - 2y + 10 = 0$

29. $V = (0; -1)$. $F = (-2; -1)$. Directriz: $x = 2$.

REPASO TODO

30. La del ítem a, porque tiene la forma $ax^2 + bx + c$, con $a = 4$, $b = 5$ y $c = 0$.
 La del ítem c, con $a = 1/4$, $b = 0$ y $c = -1/4$.

- 31. a.** $L = 10 - x$.
b. $A(x) = x \cdot (10 - x)$
c.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0

- d.** Es una parábola convexa con vértice en $(5; 25)$ y área máxima 25.
- 32.** $g(x) = 0,2 x^2$; $j(x) = 12 x^2$; $h(x) = 0,4 x^2$;
 $i(x) = 2,5 x^2$.

- 33. a.** $g(x)$ es $f(x)$ trasladada 2 unidades hacia la derecha.
 $h(x)$ es $f(x)$ trasladada 2 unidades hacia abajo.
 $i(x)$ es $f(x)$ trasladada 3 unidades hacia la izquierda.
 $j(x)$ es $f(x)$ trasladada 3 unidades hacia arriba.
b. Horizontal en i y iii. Vertical en ii y iv.

- 34. a.** Por ejemplo, $g(x) = 2x^2$.
b. $h(x) = -4x^2$.

- 35. a.** $g(x)$ es $f(x)$ trasladada 2 unidades hacia la derecha.
 $h(x)$ es $f(x)$ trasladada 1 unidad hacia la izquierda.
b. Todos tienen ordenada -1 y las abscisas están trasladadas con respecto a las de f según lo descripto en el ítem a.

- 36. i.** $(-8; 0)$
ii. $(0; 5)$
iii. $(1; 0)$
iv. $(0; -6)$

- 37. i.** $V = (1; 1)$. Corte: $(0; 2)$.
ii. $V = (0; 5)$. Corte: $(0; 5)$.
iii. $V = (1; 0)$. Cortes: $(1; 0)$ y $(0; 1)$.
iv. $V = (1/3; 4/3)$. Cortes: $(-1/3; 0)$, $(1; 0)$ y $(0; 1)$.

- 38. i.** La parábola es cóncava.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.
 $\text{Im } f = [-5; +\infty)$.
 $V = (-2; -5)$. Eje de simetría: $x = -2$.
 Mínimo: -5 , para $x = -2$.
 Crece en $(-2; +\infty)$. Decrece en $(-\infty; -2)$.

Cortes con los ejes: $(-\sqrt{5} - 2; 0)$; $(\sqrt{5} - 2; 0)$ y $(0; -1)$.

$$C^0 = \left\{ -\sqrt{5} - 2; \sqrt{5} - 2 \right\}.$$

$$C^+ = (-\infty; -\sqrt{5} - 2) \cup (\sqrt{5} - 2; +\infty).$$

$$C^- = (-\sqrt{5} - 2; \sqrt{5} - 2).$$

- ii.** La parábola es convexa.

Dom $f = \mathbb{R}$.

$$\text{Im } g = (-\infty; 1/3].$$

$V = (1/3; 1/3)$. Eje de simetría: $x = 1/3$.

Máximo: $1/3$, para $x = 1/3$.

Crece en $(-\infty; 1/3)$. Decrece en $(1/3; +\infty)$.

Cortes con los ejes: $(0; 0)$ y $(2/3; 0)$.

$$C^0 = \{0; 2/3\}. C^+ = (0; 2/3).$$

$$C^- = (-\infty; 0) \cup (2/3; +\infty).$$

- 39. i.** La parábola es cóncava.

Dom $f = \mathbb{R}$.

$$\text{Im } f = [-1; +\infty).$$

$V = (2; -1)$. Eje de simetría: $x = 2$.

Mínimo: -1 , para $x = 2$.

Crece en $(2; +\infty)$. Decrece en $(-\infty; 2)$.

Cortes con los ejes: $(1; 0)$, $(3; 0)$ y $(0; 3)$.

$$C^0 = \{1; 3\}. C^+ = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty).$$

$$C^- = (1; 3).$$

- ii.** La parábola es convexa.

Dom $f = \mathbb{R}$.

$$\text{Im } g = (-\infty; 7].$$

$V = (1; 7)$. Eje de simetría: $x = 1$.

Máximo: 7 , para $x = 1$.

Crece en $(-\infty; 1)$. Decrece en $(1; +\infty)$.

$$\text{Cortes con los ejes: } (0; 2), \left(1 - \frac{\sqrt{60}}{10}; 0\right)$$

$$\text{y } \left(1 + \frac{\sqrt{60}}{10}; 0\right).$$

$$C^0 = \left\{ 1 - \frac{\sqrt{60}}{10}; 1 + \frac{\sqrt{60}}{10} \right\}.$$

$$C^+ = \left(1 - \frac{\sqrt{60}}{10}; 1 + \frac{\sqrt{60}}{10}\right).$$

$$C^- = \left(-\infty; 1 - \frac{\sqrt{60}}{10}\right) \cup \left(1 + \frac{\sqrt{60}}{10}; +\infty\right).$$

- 40.** 320 m a los 8 s.

- 41. a.** $y^2 = x - 9$; $y^2 - x + 9 = 0$.

b. No, porque no hay una única imagen para cada elemento del dominio.

c. El gráfico de $f(x)$ coincide con la rama de la parábola que tiene imágenes mayores o iguales que 0 .

ACTIVIDADES MATEMUNDO

- 42.** Sí, a los 37 días, aproximadamente.

- 43.** $|p| = 5$. La profundidad es de 5 cm.

- 44.** 0,6 m cada una.

- 45.** El día 6.

4 Polinomios I

MATEMUNDO

En 4 horas.

- 4 Polinomios I**

MATEMUNDO

En 4 horas.

 1. a. 39 b. 2
 2. a. $y^3, -8y^3, -11y^3$. 1 y 27.
b. $11x^2y, -37x^2y, -8xy^2, 23xy^2, -26xy^2, -4x, 9x$.
 3. a. $2x^3$
b. $6x^2$
c. $100x + 12.000$
d. $x(x + 2)(x + 4)$
 4. a. 894
b. 243
c. -8
d. $14/5$
e. 3
f. $551/4$
 5. a. \sqrt{xy}
b. $11,2y\sqrt{xy} - 3,1x^2y$
c. $7,1x^3y^2 - 0,4x^2y^3$
 6. Las expresiones de a y c. Las otras no tienen exponentes enteros no negativos.
 7. a. 1
b. 285
c. -9
 8. a. $b = -7$
 9. -79
 10. $n = -1$
 11. $b = -12$
 12. a.

x (mg)	0	0,5	1	1,5	2
--------	---	-----	---	-----	---

 - b. No es efectivo en ninguno de los dos extremos, ya que $D(x) = 0$ en ambos.
c. Sí, por ejemplo, $D(1,5) = 8,4375$.
 13. a. 576 cm^4
b. 5.000 cm^4
 14. a. F
b. V
c. F
d. F
 15. $n = 6$
 16. 12
 17. No, porque al igualar los exponentes, resulta $m = 32$, y estos quedan con valores no enteros.
 18. Se muestra un ejemplo de cada caso.
a. $B(x) = 2 + 3x$
b. $P(y) = 3y^4 + 2y^3 - 5y^2 - 4y + 1$
c. $Q(y) = y^6 - 8y + 7$
d. $P(x) = 8x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 4x - 2$
e. Es imposible, ya que los cuatrinomios no pueden tener cinco términos.
 19. $a = 10, b = 7$ y $c = 4$.
 20. a. 3 y 1 o 1 y 3.
b. 6 y 1 o 1 y 6.
c. 2 y 1 o 1 y 2.
d. 5 y 3 o 3 y 5.
 21. a. $S(x) = \sqrt{7} x^5 + x^4 - 3x^2 + 7x$
b. $T(y) = y^7 - 2y^6 + 5y^3 - y^2 + 8$
c. $U(z) = 6z^7 - 8z^5 + 6z^4 + 0,5z^3 + 3z$
 22. a. $x^6 + 9x^5 + 8x^4 - 5x^2 + 2x + 9$
b. $2x^6 + x^5 - 9x^4 - 2,6x^3 + 3x^2 + 8x + 9$
c. $-8x^6 + 5x^5 + 15x^4 - 4,5x^3 - 5x^2 + 6x + 1$
d. $7x^6 - 12x^5 - 15x^4 - 0,5x^3 + 7x^2 - 2x - 9$
 23. a. $24x + 52$
b. $6x^2 + 36x + 48$
c. $16x^2 + 64x + 60$
d. $6x^3 + 45x^2 + 102x + 72$

- 49.** a. $2nxz + 10xz$
b. $nyz + yz$

50. \$120

51. $30x^2 - 2x + 30$

ACTIVIDADES MATEMUNDO

- 52.** a. 1,85 m
b. 1,69 m
c. 34,52 cm
d. $9,116 - 0,141t$. Sí, depende de t.

- 53.** a. 1.697,68 kcal/día
b. 1.818,95 kcal/día

- 54.** a. $T = s + 10k$
b. 177 °C

5 Polinomios II

MATEMUNDO

- $V_1(x) = (x - 3)(x + 3)$
 $V_2(x) = (x - 2)^2(x + 4)$
 $V_3(x) = (x + 2)^2(x - 4)$
 $V_4(x) = x^3$
- $V_1(20) = 7.820 \text{ cm}^3$
 $V_2(20) = 5.184 \text{ cm}^3$
 $V_3(20) = 7.744 \text{ cm}^3$
 $V_4(20) = 8.000 \text{ cm}^3$

1. Cero, porque el grado del resto siempre es menor que el del divisor.

2. Son iguales.

3. a. $C(x) = 8x^2 + 22x + 12$ $R(x) = 0$
 b. $C(x) = 3x^3 + 2x^2 + 7x + 8$ $R(x) = 37$

4. a. $m = -42$
 b. $m = 2; n = 1$.

5. $m = 4$

6. $a = 35$

7. a. $C(x) = x^3 + 7x^2 + 8x - 6$ $R(x) = 0$
 b. $C(x) = 10x^2 - 50x + 250$ $R(x) = -1.265$
 c. $C(x) = 3x^2 + 5x - 6$ $R(x) = 0$

8. a. -55
 b. $-48\sqrt{2}$

9. a. $C(x) = 3x^4 - 4x^2 + 10$ $R(x) = -31$
 b. $C(x) = y^{15} - y^{10} + 3y^5 - 5$ $R(x) = -1$

10. a. 0
 b. $a = 2; b = 1$.
 c. $-x + 3/2$
 d. $2x$
 e. $29/98$
 f. $-8x$
 g. 4
 h. $C(x) = 2x^2 + 3x - 2$ $R(x) = -11/2$.

11. a. $5x(3 + 10x)$
 b. $m^5(m^5 + 3)$

- c. $16m^2(16 + 9m^2)$
d. $4x(9x - 6x^2 - 1)$
e. $3x(8x - 4y + 3x^4y^2)$
f. $a^3b^2(16a^7 - 8a^2b^2 + b^4)$
g. $6xy(4x - 2 + x^2y^3)$
h. $(a - 2)x(x - 1)$
i. $(a - 1)(a^4 + 1)$
j. $(m + x)(m + y)$
k. $(x + y)^2(x + y + 1)$
l. $-(m - n)[1 - (m - n)^2]$
- 12.** a. Hay que extraer $4xy$ como factor común y queda $4xy(x + 4x^2y^2 + 8y^2)$.
b. Hay que extraer 4 como factor común y queda $4(x^2 + 1)$.
- 13.** a. $(0,4)^2(64 - 7 + 43) = 16$
b. $(42 - 1)(42 - 1 - 1) = 1.640$
- 14.**
$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= a^2 - (ab - b^2) - b^2 - (ab - b^2) = \\ &= a^2 - ab + b^2 - b^2 - ab + b^2 = \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$
- 15.** a. $x^2 + 16x + 64$
b. $x^2 - 4x + 4$
- 16.** a. $x^2 + 6x + 9$
b. $9x^2 - 12x + 4$
c. $16x^2 + 40xy + 25y^2$
d. $m^6n^8 - 3/2 m^5n^5 + 9/16 m^4n^2$
e. $4m^2 - 16mn + 16n^2$
f. $45a^2 - 60ab^3 + 20b^6$
- 17.** La 1.^a de la izquierda con la 2.^a de la derecha; la 2.^a de la izquierda con la 3.^a de la derecha; la 3.^a de la izquierda con la 1.^a de la derecha.
- 18.** a. $16x^2 - 49$
b. $4a^{10} - b^4$
c. $2x - 4$
d. $9/4 x^{2n} - 25$
- 19.** a. 3
b. 5
c. 1
- 20.** a. $(100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 9.996$
b. $(20 - 2)(20 + 2) = 20^2 - 2^2 = 396$
c. $(200 - 30)(200 + 30) = 200^2 - 30^2 = 39.100$
- d.**
$$\begin{aligned} (1.000 - 3)(1.000 + 3) &= 1.000^2 - 3^2 = \\ &= 999.991 \end{aligned}$$
- 21.** a. $4(x - 1)(x + 1)$
b. $a^2 - 12$
- 22.** $V_1(x) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$
 $V_2(x) = 8x^3$
 $V_3(x) = 8x^3 - 6x^2 + 6x - 1$
- 23.** a. $216m^{12} + 108m^9 + 18m^6 + m^3$
b. $8a^6b^9c^3 + 36a^4b^6c^2 + 54a^2b^3c + 27$
c. $1/8 x^{12} - 3/2 x^8y^2 + 6x^4y^4 - 8y^6$
d. $8/27 a^{15} - 4a^{10}b^4 + 18a^5b^8 - 27b^{12}$
- 24.** a. $P(x) = 4x(2x^3 + 4x^2 + 1)$
 $Q(x) = -3x(x^4 - 6x + 3)$
b. $P(x) = (x + 2)(x^3 + 4)$
 $Q(x) = (x^2 + 3)(3x^3 - 2)$
c. $P(x) = (5x - 9)(5x + 9)$
 $Q(x) = (8x^3 - 1)(8x^3 + 1)$
d. $P(x) = (x - 12)^2$
 $Q(x) = (3x + 4)^2$
e. $P(x) = (x + 5)^3$
 $Q(x) = (2x + 1)^3$
f. $P(x) = 2(x - 6)(x - 5)$
 $Q(x) = -4(x + 2)(x - 1)$
- 25.** a. $2x^2(x - 6)(x + 6)$
b. $-(x - 1)(x + 1)(x + 3)$
c. $-5x(x - 7)(x + 2)$
d. $(x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$
e. $3x(x + 1)^3$
- 26.** $P(x) = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$
 $Q(x) = (x - 1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$
- 27.** a. $x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 3$.
b. $x_1 = -5, x_2 = -1, x_3 = 6$.
c. $x_1 = -2, x_2 = 1/3, x_3 = 4$.
d. $x_1 = -3, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = 4$.
- 28.** a. $P(x) = (x + 2)(x - 1)(x - 3)$
b. $P(x) = (x + 5)(x + 1)(x - 6)$
c. $P(x) = 3(x + 2)(x - 1/3)(x - 4)$
d. $P(x) = 2(x + 3)(x + 1)(x - 2)(x - 4)$
- 29.** $P(x) = 20(x + 1/2)(x - 1/2)(x - 1)(x^2 + 4/5x + 1/5)$

REPASO TODO

30. a. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 3$

$Q(x) = x + 2$

$C(x) = x^2 - 4x + 12$

$R(x) = -27$

b. $P(x) = -3x^4 + x^3 - 4x$

$Q(x) = x - 1$

$C(x) = -3x^3 - 2x^2 - 2x - 6$

$R(x) = -6$

31. a. No, porque ninguno de los restos es cero.

b. Sí, aplicando el teorema del resto.

32. a. 4 **b.** 3

c. Iguales. **d.** 6 y 1; 3 y 2; 2 y 3; 1 y 6.

32. a. A la de $(x - 1)^3$.

b. $(x - 1)^3 = (x - 1)(x - 1)(x - 1)$

34. $2(a - 3)$

$3a^2 + 23a + 14$

$4a - 1$

35. a. $\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 4)$

b. $\frac{1}{3}(x^2 + x + 1)$

36. a. $9x^2 - 25y^4$

$-9x^2 + 30xy^2 - 25y^4$

b. $x^3 - 21x^2 + 147x - 343$

$9x^2 + 30xy^2 + 25y^4$

$25y^4 - 9x^2$

$x^3 - 343$

37. a. $(4 + y)^2 = 16 + 8y + y^2$

b. $(a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9$

c. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

d. $(x + 8)(x + 3) = x^2 + 11x + 24$

e. $2(x + 3/2)(x + 3) = 2x^2 + 9x + 9$

f. $4x(x + 2y) = 4x^2 + 8xy$

38. a. F **b.** V **c.** V

d. V **e.** F **f.** F

39. $4a^2 - 1/2 ab$

40. a. $4x^2 - 64$

b. $9a^{10} - 25$

c. $3x^2 - 1$

d. $1/4 x^{4n} - 16$

41. a. Con la 4.^a de la derecha.

b. Con la 2.^a de la derecha.

c. Con la 5.^a de la derecha.

d. Con la 1.^a de la derecha.

e. Con la 3.^a de la derecha.

42. a. $-7 y 2$ o $2 y -7$

b. $-4 y 8$ u $8 y -4$

c. $1 y 9$ o $9 y 1$

d. $-8 y 5$ o $5 y -8$

43. a. 40 **b.** 29 **c.** 3

44. a. $2y^3$

b. $8m^3 + 4m^2 - 10m - 6$

c. $3x^2 + y^2$

45. a. -4 **b.** 10 **c.** $2m$

d. x **e.** $2x^3$ **f.** 2.786

46. a. 324

b. 7

c. 16 (tienen 9 y 7 años).

47. a. -22

b. $16/3 x^3$

c. $-2y^{4b} + 2x^{2a}y^{2b}$

d. $-3xy - 3x - x^2$

e. $x^4 + 3x^2y^2$

48. $72(x^2 - x + 1)$

49. a. Con la 3.^a de la derecha.

b. Con la 4.^a de la derecha.

c. Con la 1.^a de la derecha.

d. Con la 2.^a de la derecha.

50. a. Se completa con $16a^2$ y 1.

b. Se completa con $5m$, n y $5mn$.

c. Se completa con $2y$ y $4y^2$.

d. Se completa con x^2 , x^4 , y^6 e y^9 .

51. a. $8x^3 - 4x^2y - 2xy^2 + y^3$

b. $27x^3y^6 + 108x^2y^4 + 144xy^2 + 64$

c. $6x^3 + 2\sqrt[3]{36} x^4 + 2\sqrt[3]{6} x^5 + x^6$

52. a. $x + 6$

b. $x + 3$

c. $4(x^n - 3)(x^n + 3)$

- 53.** a. i. $x_1 = -3, x_2 = 1, x_3 = 5$.
ii. $x_1 = -2, x_2 = 1/3, x_3 = 5$.
iii. $x_1 = -7, x_2 = -1, x_3 = -1/2, x_4 = 0$.
iv. $x_1 = -4, x_2 = -3, x_3 = -2, x_4 = -1$.
v. $x_1 = -3, x_2 = -1, x_3 = 1/3, x_4 = 1/2$.
vi. $x_1 = -4, x_2 = -2, x_3 = 1, x_4 = 3, x_5 = 5$.

- b. i. $P(x) = (x + 3)(x - 1)(x - 5)$
ii. $P(x) = 3(x + 2)(x - 1/3)(x - 5)$
iii. $P(x) = 4x(x + 7)(x + 1)(x + 1/2)$
iv. $P(x) = (x + 4)(x + 3)(x + 2)(x + 1)$
v. $P(x) = 6(x + 3)(x + 1)(x - 1/3)(x - 1/2)$
vi. $P(x) = -2(x + 4)(x + 2)(x - 1)(x - 3)(x - 5)$

- 54.** i. $P(x) = 4(x + 1)(x - 1)(x + 9)$
ii. $P(x) = (x - 3)(x + 3)^2$
iii. $P(x) = 2(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$
iv. $P(x) = (x + 2)(x - 2)(x + 6)(x - 6)$
v. $P(x) = -2(x - 2)(x + 2)^2$
vi. $P(x) = (x - 1)^2(x + 1)^3$

55. $P(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

56. Porque no tiene raíces reales.

57. 13

ACTIVIDADES MATEMUNDO

- 58.** a. 48 y 24.
b. $p(x) = 1/10.000 (700 + x)(700 - x)$
Se anula para $x = 700$ y para $x = -700$.
El valor negativo no tiene sentido, por tratarse de una cantidad de artículos a vender.
c. $I(x) = 1/10.000 x (700 + x)(700 - x)$
d. El ingreso se anula para $x = 700, x = -700$ y $x = 0$. Para estos últimos dos valores carece de sentido.

- 59.** a. $A(x) = (x + 80)(x + 50)$
b. $A(x) = x^2 + 130x + 4.000$. Es de grado 2.
c. Deberían agregarse 70 m al largo y también al ancho.

60. 12 m y 5 m.

6 Ecuaciones e inecuaciones. Sistemas

MATEMUNDO

Para 500 g del A, requiere 200 g del alimento B.

- $x = 4$ con $(x - 1)(x + 1) > 0$.
 $x = 0$ con $16 \div 2 = 4x + 8$.
 $x = -1$ con $2x + 3 < 5$.
- $x = -1$ y $x = 4$.
- a. $x = -1$ b. $x = 0$
c. $x = 7/8$ d. $x = -23/9$
e. $x = -43/7$ f. Infinitas soluciones.
- a. $y = 2x + 1$ b. $y = 4/3x$
c. $y = 4x + 3/2$ d. $y = 0$
e. $y = -1/3x + 1/3$ f. Todos los pares $(x; y)$.
- a. Es la recta $x = 5$.
b. Es la recta $y = -1$.
- a. Es el punto $(-5/3; 0)$.
b. Es la recta vertical $x = -5/3$.
- a. $x > -1$ b. $x < 5$
c. $x \leq 1/2$ d. $x \leq -1$
e. $x > 0$ f. \emptyset
- $x \in [-2; 4]$
- a. $y \geq -x + 1$ b. $y < -1/3x - 8/3$
c. $y > x - 3$ d. $y \geq 3/8x$
e. $x < -1/2 \forall y$ f. Todos los pares $(x; y)$.
- De la c.
- \$180
- 6.000 populares y 2.000 plateas.
- 80 conejos y 40 gallinas.

- 14.** a. Compatible determinado.

b. Figura 1: $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = x + 2 \end{cases}$ Figura 2: $\begin{cases} y = 1 \\ y = 1/2x - 2 \end{cases}$

15. Es la intersección de las regiones $y \leq x + 2$ e $y \leq -1/2x + 2$.

16. Son los puntos $(-5; -21)$ y $(1; 3)$.

17. D B
A C

18. $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = x^2 - 3x \end{cases}$

19. $\begin{cases} x > 0 \\ x < 5 \\ y > 0 \\ y < 3 \end{cases}$

20. $\begin{cases} y > x^2 \\ y = 3 \end{cases}$ La solución es el segmento de extremos $(-\sqrt{3}; 3)$ y $(\sqrt{3}; 3)$.

21. $x^2 + x - 6 < 0$ $C^- = (-3; 2)$

22. Tiene dos lados de 4 cm y otros dos de 5 cm.

- 23. a.** 4 DVD y 10 CD u 8 DVD y 5 CD.
b. No, porque daría $60/13$ de DVD, lo que no es posible.
c. 1 CD y de 5 a 9 DVD; 2 CD y de 4 a 8 DVD; 3 CD y de 3 a 7 DVD; 4 CD y de 2 a 6 DVD; 5 CD y de 2 a 5 DVD; 6 CD y de 1 a 5 DVD; 7 CD y de 1 a 4 DVD; 8 CD y de 1 a 3 DVD; 8 CD y de 1 a 2 DVD; 10 CD y 1 DVD; 11 CD y 1 DVD.

REPASO TODO

- 24. i.** Por ejemplo, $a = 2, b = 3$.
ii. $a = 0, b = 0$.
iii. Por ejemplo, $a = 0, b = 1$.

- 25. a.** Se trata del intervalo $[-1; +\infty)$ del eje x.
b. Se trata del intervalo $(-\infty; -2/3)$ del eje x.

- 26. a.** $x < -1/3$ $S = (-\infty; -1/3)$
b. $x > 5$ $S = (5; +\infty)$
c. $x \leq 1$ $S = (-\infty; 1]$
d. $x > 41/17$ $S = (41/17; +\infty)$

27. Dos valores: $x = 1$ y $x = 2$.

28. $S = [4; +\infty)$

29. a. $S = R - \{2\}$ **b.** $S = [-5; 1]$
c. $S = (-\infty; -1/2] \cup [3; +\infty)$ **d.** $S = (0; 5)$

30. $S = (-\infty; +\infty)$

31. 16

32. Ancho: 8 m. Largo: 48 m.

33. a. F **b.** V **c.** V

34. a. Solución única. **b.** No tiene solución.

35. 8 m de largo y 3 m de ancho.

36. Base: 6 cm. Altura: 9 cm.

37. $\begin{cases} 30 \leq 40 - 2x \leq 36 \\ 50 \leq 60 - 2x \leq 56 \end{cases}$

38. La C.

ACTIVIDADES MATEMUNDO

39. $\begin{cases} 500x + 100y = 11.000 \\ x = 2y \end{cases}$
 $S = (20; 10)$.
Vendieron 20 camisas y 10 corbatas.

- 40.** En todos los casos, x e y son enteros no negativos.
a. $200x + 500y = 900.000$
b. $x + y \leq 3.000$
d. $0 \leq x \leq 2.000$

- 41. a.** Sí (gastarían \$16.800).
b. Sí (sobrarían \$2.800).
c. $\begin{cases} 80L + 120J \leq 16.800 \\ L \leq 2J \end{cases}$

- 42.** Fabricaron 100 mesas de 2 m^2 y 600 de 1 m^2 .
La ganancia fue de \$380.000.

43. $\begin{cases} A + B = 12.000 \\ A \leq 2B \\ B \geq 3.000 \end{cases}$

- 44. a.** Las posibles combinaciones de dosis de Z y W que proveen los 60 mg diarios de vitamina A.
b. $15Z + 10W = 80$
c. 4 dosis de Z y 2 de W.

7 Trigonometría

MATEMUNDO

- 1,75 m
- No, porque la imagen no mantiene la forma con respecto a la realidad.

1. 5 cm

2. 39 cm

- | | |
|-------------------------------------|---------------|
| 3. a. $x = 9$; $y = 32/3$. | b. $y = 10$ |
| c. $x = 20/7$ | d. $x = 23/3$ |
| e. $x = 12$ | f. $x = 5$ |

4. $MN = 15/4$

5. 1,5 cm, 3,5 cm y 4 cm.

6. 17 m

7. 23,4 m

8. $a + b = 9$

9. $OD = 10/3$; $DC = 20/3$.

10. 36 cm

11. $\sen \alpha = \frac{5}{29} \sqrt{29} = \cos \beta$

12. a. $\sen \alpha = 0,5$
 $\cos \alpha = \sqrt{3}/2$
 $\tg \alpha = \sqrt{3}/3$
 $\cotg \alpha = \sqrt{3}$
 $\sec \alpha = 2\sqrt{3}/3$
 $\cosec \alpha = 2$.

b. $\sen \alpha = 30/16$
 $\cos \alpha = 16/34$
 $\tg \alpha = 30/16$
 $\cotg \alpha = 8/15$
 $\sec \alpha = 17/8$
 $\cosec \alpha = 8/15$

13. a. $2\sqrt{13}/13$
c. $2/3$
e. 1

b. $3/2$
d. $3/2$
f. 1

14. $\sen \alpha = \sqrt{11}/6$

$\cos \alpha = 5/6$

$\tg \alpha = \sqrt{11}/5$

$\cotg \alpha = 5\sqrt{11}/11$

$\sec \alpha = 6/5$

$\cosec \alpha = 6\sqrt{11}/11$

15. 18/5

16. 16/137

17. a. $\cos \alpha = 15/17$

$\tg \alpha = 8/15$

$\cotg \alpha = 15/8$

$\sec \alpha = 17/15$

$\cosec \alpha = 17/8$

b. $\sen \alpha = \sqrt{56}/15$

$\tg \alpha = \sqrt{56}/13$

$\cotg \alpha = 13\sqrt{56}/56$

$\sec \alpha = 15\sqrt{56}/56$

$\cosec \alpha = 15/13$

c. $\sen \alpha = 40/41$

$\cos \alpha = 9/41$

$\cotg \alpha = 9/40$

$\sec \alpha = 41/9$

$\cosec \alpha = 41/40$

d. $\sen \alpha = 12/13$

$\cos \alpha = 5/13$

$\tg \alpha = 12/5$

$\sec \alpha = 13/5$

$\cosec \alpha = 13/12$

e. $\sen \alpha = 3\sqrt{5}/7$

$\cos \alpha = 2/7$

$\tg \alpha = 3\sqrt{5}/2$

$\cotg \alpha = 2\sqrt{5}/15$

$\cosec \alpha = 7\sqrt{5}/15$

f. $\sen \alpha = 60/61$

$\cos \alpha = 11/61$

$\tg \alpha = 60/11$

$\cotg \alpha = 11/60$

$\sec \alpha = 61/11$

18. a. $\sen \beta + \frac{1}{\sen \beta}$

b. $3 \sen x$

c. $\frac{1}{\sen \theta}$

19. a. $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 1$

b. $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha$

20. $\frac{1}{\cos \theta} = \sin \theta \cdot \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta}$$

21. 3,92 m, aproximadamente.

22. 29,28 m, aproximadamente.

23. 1,7 m, aproximadamente.

24. $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ$

$\cos 67^\circ = \sin 23^\circ$

$\sin 48^\circ = \cos 42^\circ$

$\cos 27^\circ = \sin 63^\circ$

$\sin 38^\circ = \cos 52^\circ$

$\cos 58^\circ = \sin 32^\circ$

25. a. $\cos 65,5^\circ$

c. $\cotg 11,5^\circ$

e. $\operatorname{cosec} 57,79^\circ$

b. $\sin 35,74^\circ$

d. $\operatorname{tg} 8,68^\circ$

f. $\sec 77,52^\circ$

26. a. 24°

b. 8°

c. 29°

27. $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$

$\operatorname{tg} 30^\circ = \sqrt{3}/3$

$\cos 60^\circ = 1/2$

$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$

28. $\alpha = 18^\circ$; $\beta = 15^\circ$.

29. $A = 35^\circ$; $B = 5^\circ$.

30. a. $\sin 55^\circ$

b. $-\operatorname{tg} 88^\circ$

c. $-\sec 10^\circ$

d. $-\cos 77,5^\circ$

e. $-\cotg 80,1^\circ$

f. $\operatorname{cosec} 0,9^\circ$

31. $\sin 145^\circ = \sin 35^\circ$

$\sin 123^\circ = \sin 57^\circ$

$\sin 107^\circ = \sin 73^\circ$

$\cos 100^\circ = -\cos 80^\circ$

$\cos 132^\circ = -\cos 48^\circ$

$\cos 168^\circ = -\cos 12^\circ$

32. +

—

—

—

—

+

33. a. F

c. F

e. V

g. V

b. F

d. V

f. V

h. F

34. a. 50° b. 10° c. $6,6^\circ$

35. $A = 50^\circ$; $B = 30^\circ$.

36. a. F b. V

c. V

e. V

37. 3,586 m, aproximadamente.

38. 288,45 m, aproximadamente.

39. a. $\hat{B} = \arcsen\left(b \cdot \frac{\sin A}{a}\right)$; $\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B}$.

b. $b = a \cdot \frac{\sin B}{\sin A}$; $c = a \cdot \frac{\sin (180^\circ - \hat{A} - \hat{B})}{\sin A}$.

40. $r \approx 15,56$ cm; $q \approx 10,15$ cm.

41. 2.807 m, aproximadamente.

42. $\sin A = a/c$; $\sin B = b/c$; $\sin C = \sin 90^\circ = 1$.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{a}{a/c} = c$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{b}{b/c} = c$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{c}{1} = c$$

Luego: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

43. a. a b. $a \cdot c$; B.
c. c; a; b. d. b; a; c; a · c.
e. b; c; A. f. a; c; a · b.

44. $\sqrt{75}$ m

45. Aproximadamente: $101,54^\circ$; $44,42^\circ$ y $34,04^\circ$.

46. $\sqrt{19}$ cm

47. $A \approx 44^\circ$; $B \approx 86^\circ$.

48. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos 90^\circ = a^2 + b^2$

REPASO TODO

49. a. F b. F
c. V d. F
e. V

50. a. $\sqrt{87,04}$ b. $\frac{5\sqrt{34}}{34}$
c. $\frac{8}{\sqrt{87,04}}$ d. 1,6
e. $\frac{\sqrt{34}}{5}$ f. 30°

51. El 1.^o y el 2.^o son semejantes, ya que: $\frac{3}{5} = \frac{4,8}{8}$.

52. a. 3 cm, 4 cm y 5 cm.
b. $36,87^\circ$; $53,13^\circ$ y 90° .
Son triángulos rectángulos.

53. a. $CB = \sqrt{415}$ cm; $A \approx 27,58^\circ$; $C \approx 62,42^\circ$.
b. $AC = \sqrt{1.537}$ cm; $A \approx 37,75^\circ$; $C \approx 52,25^\circ$.

54. 720/169

55. 1/4

56. 1

57. $\sec \beta$

58. Aproximadamente, a 16,21 m del edificio
y a 24,22 m de la persona.

59. 694,32 m, aproximadamente.

60. a. $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sen} \alpha$

$$\cos \alpha \cdot \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} \alpha$$

b. $\frac{1}{\cos^2 \delta} = 1 + \operatorname{tg}^2 \delta$

$$\frac{1}{\cos^2 \delta} = 1 + \frac{\operatorname{sen}^2 \delta}{\cos^2 \delta}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \delta} = \frac{\cos^2 \delta + \operatorname{sen}^2 \delta}{\cos^2 \delta}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \delta} = \frac{1}{\cos^2 \delta}$$

61. a. $\alpha = 105^\circ$; $x \approx 15,45$ cm; $y \approx 11,31$ cm.

b. $\theta = 120^\circ$; $\sigma = 30^\circ$; $\alpha = 30^\circ$; $\omega = 30^\circ$;
 $x \approx 10,39$ cm; $y = 3$ cm; $z \approx 5,2$ cm.

62. $h \approx 129,97$ m

Se lo observa desde unos 178,54 m con un ángulo de 36° , aproximadamente.

ACTIVIDADES MATEMUNDO

63. 1,40 m

64. 146 m

65. $\theta_1 + \theta_2 = (45^\circ + a) + (45^\circ - a) = 90^\circ$
O sea, θ_1 y θ_2 son complementarios.
Luego, $2\theta_1 + 2\theta_2 = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$.
Es decir, $2\theta_1$ y $2\theta_2$ son suplementarios.
En consecuencia, $\operatorname{sen} 2\theta_1 = \operatorname{sen} 2\theta_2$.
Por lo tanto, ambos alcances son iguales.

66. 2.411,2 m, aproximadamente.

67. 51 km

68. a. $75,16^\circ$, aproximadamente.
b. 8,02 m; $28,83^\circ$ y $76,01^\circ$, aproximadamente.

8 Combinatoria y probabilidad

MATEMUNDO

- Porque para cada letra que representaba a una provincia, la numeración iba desde 000.000 a 999.999.
 - Porque agrega una letra más y hay 26 opciones para ella.
- 1.** a. AEV, AVE, EAV, EVA, VAE, VEA.
b. Sería igualmente probable, pues la mitad de esas palabras tienen sentido en español.
- 2.** a. Porque hay más opciones para ocupar el lugar de cada letra.
b. $3^3 = 27$
- 3.** Sin repetición: $V_{7,4} = 840$.
Con repetición: $V'_{7,4} = 2.401$.
- 4.** Hotel diferente: $V_{7,4} = 840$.
Mismo hotel: $V'_{7,4} = 2.401$.
- 5.** Sin repetición: $C_{10,6} = 210$.
Con repetición: $C'_{10,6} = 5.005$.
- 6.** $P'_{22,4,2,2,4,2,2} = 121.961.884.524.480.000$
- 7.** En línea recta: $P_5 = 120$.
En círculo:
 - Si importa dónde comienza: $P_5 = 120$.
 - Si no importa dónde comienza: $P_4 = 24$.
- 8.** $P'_{6,3,2} = 60$
- 9.** $V_{6,3} = 120$
- 10.** $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625$
- 11.** $3 \cdot 3 = 3^9 = 19.683$
- 12.** $5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5 = 625$
- 13.** $9 \cdot 10 \cdot 4 = 360$
- 14.** $7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1.470$
- 15.** $3 \cdot 7 \cdot 5 = 105$

- 16.** a. $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
b. $a^4 - 8a^3 + 24a^2 - 32a + 16$
c. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$
- 17.** $x^8y^{12} - 4x^9y^{11} + 6x^{10}y^{10} - 4x^{11}y^9 + x^{12}y^8$
- 18.** a. $(a - c)^4$
b. $(2 + x)^5$
c. $(y^2 + y)^6$
- 19.** a. $\{c_1c_2, c_1s_2, s_1c_2, s_1s_2\}$
b. $\{cc, cs, sc, ss\}$
- 20.** Seguro: “En la última tirada sale cara o sello”.
Imposible: “En total se obtienen 6 caras”.
- 21.** a. $3/52$
b. $21/52$
c. $39/52$
- 22.** a. $\{2\}$
b. $\{1, 2, 3, 4, 6\}$
c. No.
d. $A' = \{1, 3, 5\}$
 $B' = \{4, 5, 6\}$
 $(A \cap B)' = \{1, 3, 4, 5, 6\}$
 $(A \cup B)' = \{5\}$
- 23.** $P(\text{roja}) \cdot P(\text{as}) = 26/52 \cdot 4/52 = 1/26$
- 24.** $P(\text{as}) \cdot P(\text{as}) = 4/52 \cdot 4/52 = 1/169$
- 25.** $P(< 10) \cdot P(< 10/< 10) = 36/52 \cdot 35/51 = 105/221$
- 26.** $P(T) \cdot P(T/T) = 13/52 \cdot 12/51 = 1/17$
- 27.** $P(R) \cdot P(A/R) = 3/11 \cdot 8/10 = 12/55$
- 28.** $P(B) \cdot P(B/B) = 6/15 \cdot 5/14 = 1/7$
- 29.** $P(R) \cdot P(R'/R) = 3/10 \cdot 7/9 = 7/30$
- 30.** $P(R) \cdot P(A/R) \cdot P(V/R \wedge A) =$
 $= 5/20 \cdot 4/19 \cdot 6/18 = 1/57$
- REPASO TODO**
- 31.** a. 9
b. 600
c. 5
d. 25.200
e. 4.320
f. 576

32. a. 200

b. 9.999

33. a. 3
c. 720
e. 9

b. 1.680
d. 216
f. 28

34. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9.000$

35. $P'_{8,3,4} = 280$

36. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 45.000$

37. $6^2 = 36$

38. $P_6 = 720$

39. $6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 720$

40. $V_{6,2} = 30$

41. $5 \cdot 3 \cdot 2 = 12$

42. $3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 72$

43. $C_{12,3} + C_{20,3} + C_{4,3} = 220 + 1.140 + 4 = 1.364$

- 44. a.** $\{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$

En cada uno de los siguientes ítems se menciona un ejemplo.

- b.** “Ambos impares” y “Ambos iguales”.
c. “Ambos impares” y “Ambos pares”.
d. “Ambos impares” y “Al menos, uno par”.

- 45. a.** A veces.
b. Nunca.
c. Siempre.

46. $7/50$

- 47. a.** $2/3$
b. $7/12$
c. 0

48. a. $1/2$
b. $1/4$

49. a. $1/4$
b. $8/9$
c. $7/12$

50. $P(A) \cdot P(A/A) = 11/18 \cdot 10/17 = 55/153$

51. $x^8 + 16x^7 + 112x^6 + 448x^5 + 1.120x^4 + 1.792x^3 + 1.792x^2 + 1.024x + 256$

ACTIVIDADES MATEMUNDO

52. a. $24 \cdot 36 = 864$
b. $C_{36,2} = 630$

53. a. $C_{6,5} = 252$
b. 6
c. $1/42$

54. a. $P = 1/C_{42,6} = 0,00000019$

b. $P = (36 \cdot C_{6,5})/C_{42,6} = 0,000041175$
c. $P = C_{36,6}/C_{42,6} \approx 0,37$

55. a. $1/10$
b. $9/10$
c. $6/13$

- 56.** Si la población es numerosa, la elección de la primera persona prácticamente no influye en la probabilidad de elegir la segunda. En el enunciado puede inferirse eso, pues la población no está acotada a un número limitado de personas. Por lo tanto, ambas elecciones se considerarán sucesos independientes.

a. $P(\text{sane}) \cdot P(\text{sane}) = 0,75 \cdot 0,75 = 0,5625$
b. $P(\text{sane}') \cdot P(\text{sane}') = 0,25 \cdot 0,25 = 0,0625$
c. $P = 1 - 0,5625 - 0,0625 = 0,375$

- 57.** Si solo una de las piezas es defectuosa, hay dos casos posibles (y mutuamente excluyentes): que la 1.^a pieza sea defectuosa (D_1) y la 2.^a no lo sea (D'_2), y viceversa (D'_1 y D_2). Entonces:
$$P(D_1 \wedge D'_2) + P(D'_1 \wedge D_2) =$$
$$= P(D_1) \cdot P(D'_2/D_1) + P(D'_1) \cdot P(D_2/D'_1) =$$
$$= 25/1.000 \cdot 975/999 + 975/1.000 \cdot 25/999 =$$
$$= 65/1.332$$