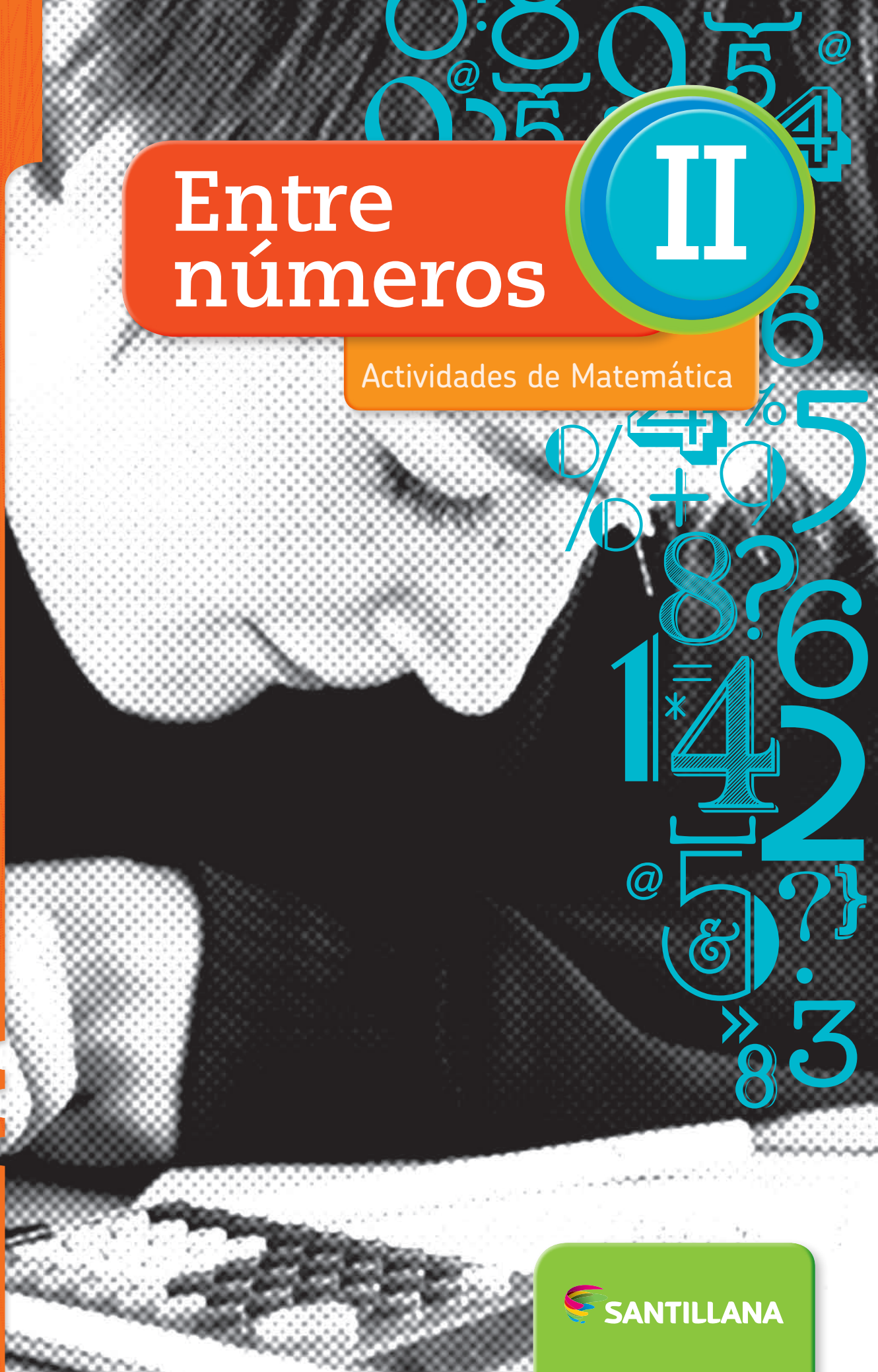
Recursos para el docente

Entre números II

Actividades de Matemática



SANTILLANA

Entre números II

Actividades de Matemática

RECURSOS PARA EL DOCENTE

ENTRE NÚMEROS II - Actividades de Matemática. Recursos para el docente es una obra colectiva, creada, diseñada y realizada en el Departamento Editorial de Ediciones Santillana, bajo la dirección de Mónica Pavicich, por el siguiente equipo:

Pablo J. Kaczor – Verónica L. Outón

Editor: Juan Sosa
Jefa de edición: María Laura Latorre
Gerencia de gestión editorial: Patricia S. Granieri

Índice

Recursos para la planificación 2
Clave de respuestas 7

Jefa de arte: Silvina Gretel Espil.
Diagramación: Diego A. Estévez y Exemplarr.
Corrección: Diego Kochmann.

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

© XXXX, EDICIONES SANTILLANA S.A.
Av. L. N. Alem 720 (C1001AAP), Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.
ISBN: 978-950-46-5136-9
Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723
Impreso en Argentina. *Printed in Argentina.*
Primera edición: noviembre de 2016.

Este libro se terminó de imprimir en el mes de noviembre de 2016, en Artes Gráficas Rioplatense, Corrales 1393, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, República Argentina.

Kaczor, Pablo J.
Entre números II, recursos para el docente / Pablo J. Kaczor ; Verónica L. Outón. - 1a ed . - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Santillana, 2016.
32 p. ; 28 x 22 cm. - (Entre números)

ISBN 978-950-46-5136-9

1. Matemática. 2. Escuela Secundaria. I. Outón, Verónica L. II. Título
CDD 510

SANTILLANA

Recursos para la planificación

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
1 Números enteros	Interpretar y resolver situaciones con las cuatro operaciones básicas. Utilizar las propiedades de las operaciones para realizar cálculos mentales. Resolver cálculos combinados.	Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números naturales. Propiedades. Orden de las operaciones.	Uso de las propiedades para resolver cálculos en forma mental. Verificación del cumplimiento de propiedades. Resolución de cálculos combinando las cuatro operaciones básicas.
	Determinar múltiplos y divisores naturales de un número a partir del uso de las reglas de divisibilidad y otras estrategias. Reconocer números primos y compuestos. Utilizar la factorización de un número para operar con él. Reconocer situaciones que requieran la búsqueda del m.c.m. o el m.c.d. e interpretar sus resultados.	Divisores y múltiplos en N. Reglas de divisibilidad en N. Números primos y compuestos. Descomposición en factores primos. Múltiplos y divisores comunes.	Búsqueda y reconocimiento de múltiplos y divisores naturales de un número. Aplicación de algunas reglas de divisibilidad. Identificación de números primos y compuestos. Factorización de un número e identificación de un número a partir de su factorización. Uso de la factorización para encontrar divisores. Resolución de situaciones contextualizadas y descontextualizadas que requieren la búsqueda del m.c.m. o el m.c.d.
	Interpretar, registrar, comunicar, comparar y ordenar números enteros en diferentes contextos. Representar números enteros en la recta numérica. Identificar números opuestos. Comprender y utilizar la noción de módulo.	Uso de los números enteros en contextos cotidianos. Números opuestos. Representación de números enteros en la recta numérica. Comparación. Módulo o valor absoluto.	Interpretación, registro y comunicación de números enteros a partir diversos contextos. Escritura de opuestos. Representación de enteros en la recta numérica. Elaboración de esquemas con líneas de tiempo. Ordenamiento y comparación de números enteros. Interpretación y determinación del módulo de un número entero.
	Reconocer modelos que den significado a la suma y la resta en Z. Resolver situaciones que involucren sumas y restas en Z. Calcular multiplicaciones y divisiones de números en Z.	Sumas y restas con números enteros. Propiedades. Multiplicaciones y divisiones con números enteros. Propiedades. Propiedad distributiva. Supresión de paréntesis. Cálculos combinados con las cuatro operaciones.	Interpretación y resolución de situaciones que involucran sumas y restas con números enteros. Uso de las propiedades conmutativa y asociativa. Cancelación de términos. Cálculo de multiplicaciones y divisiones con números enteros. Descubrimiento de factores faltantes. Deducción del signo de factores y productos. Interpretación de enunciados. Descubrimiento de la regla de una secuencia y escritura de algunos términos. Aplicación de la propiedad distributiva de la multiplicación y la división respecto de la suma y la resta. Resolución de cálculos suprimiendo paréntesis. Resolución de cálculos combinados. Colocación de paréntesis para que se cumplan igualdades.
	Calcular potencias con base entera y exponente natural. Calcular raíces de números enteros. Comprender y utilizar las propiedades de la potenciación y la radicación. Resolver cálculos combinados que involucren las seis operaciones.	Potencias con base entera y exponente natural. Propiedades. Raíces de números enteros. Propiedades. Cálculos combinados con las seis operaciones.	Deducción de secuencias con potencias. Escritura de números como productos y como potencias. Cálculo de potencias con base entera y exponente natural. Deducción del signo de la potencia. Aplicación de propiedades de la potenciación. Cálculo de raíces con números enteros. Análisis de la existencia de la raíz en Z. Resolución de situaciones que involucran potencias y raíces. Aplicación de propiedades de la radicación. Corrección de cálculos mal resueltos. Resolución de cálculos combinados con las seis operaciones.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
2 **Números racionales**	Trabajar con las fracciones como parte de un todo. Relacionar una fracción con su expresión decimal equivalente y reconocer si esta es exacta o periódica. Comprender y manejar las diferentes formas de expresar un mismo número racional. Representar números racionales en la recta numérica a partir de ciertos datos. Comparar y ordenar números racionales.	Noción de número racional y sus diferentes escrituras. Expresiones decimales exactas y periódicas. Equivalencia de fracciones. Fracción irreducible. Fracciones decimales y números decimales. Pasajes de una expresión a otra. Representación de números racionales en la recta numérica. Comparación y ordenamiento de números racionales.	Interpretación de la fracción como parte de un todo y como expresión de un porcentaje. Interpretación y escritura de una fracción como número mixto. Escritura de la expresión decimal de una fracción. Identificación de expresiones decimales exactas y periódicas, y escritura de períodos. Escritura de una fracción equivalente cuyo denominador sea una potencia de 10, y de su expresión decimal. Reconocimiento a simple vista de fracciones cuya expresión decimal es exacta. Obtención de la fracción irreducible equivalente y determinación de la exactitud o la periodicidad de su expresión decimal. Obtención de la fracción irreducible correspondiente a un número decimal. Conclusión acerca de los ceros que se pueden agregar o quitar al final de la parte decimal de un número. Representación de racionales en la recta numérica. Comparación y ordenamiento de números racionales. Encaje de racionales entre dos números dados.
	Aproximar expresiones decimales por truncamiento y por redondeo.	Aproximaciones: truncamiento y redondeo de expresiones decimales.	Aproximación de expresiones decimales por truncamiento y redondeo.
	Operar con números racionales en situaciones descontextualizadas y contextualizadas. Resolver cálculos con porcentajes. Resolver cálculos combinando las cuatro operaciones, con fracciones y números decimales.	Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones y números decimales. Porcentajes. Cálculos combinando las cuatro operaciones, con fracciones y números decimales.	Cálculo de sumas y restas con fracciones y números decimales. Resolución de situaciones problemáticas que involucran sumas y restas con fracciones y números decimales. Búsqueda de términos desconocidos en igualdades. Cálculo de multiplicaciones y divisiones con fracciones y números decimales. Resolución de situaciones problemáticas que involucran multiplicaciones y divisiones con fracciones y números decimales. Resolución de problemas que involucran cálculos de porcentajes, descuentos y recargos. Comprensión de métodos abreviados para realizar los cálculos. Resolución de cálculos combinando las cuatro operaciones, con fracciones y números decimales. Descubrimiento de errores.
	Operar con fracciones y números decimales.	Potencias de fracciones y de números decimales con exponente entero. Raíces de fracciones y de números decimales. Cálculos combinando las seis operaciones, con fracciones y números decimales.	Escritura de productos como potencias. Cálculo de potencias de fracciones y números decimales con exponentes enteros. Descubrimiento del exponente o de la base. Aplicación de propiedades. Cálculo de raíces de fracciones y números decimales. Resolución de problemas con superficies de cuadrados y volúmenes de cubos. Aplicación de propiedades. Análisis de la existencia de la raíz en Q. Descubrimiento de errores. Resolución de cálculos combinando las seis operaciones, con fracciones y números decimales. Interpretación y resolución de situaciones problemáticas que involucran cálculos combinados.
	Interpretar la notación científica y usarla en diversos contextos.	Notación científica.	Escritura de números como potencias de base 10 y redacción de una conclusión acerca de la relación entre el exponente y el resultado. Escritura de números en notación científica. Resolución de cálculos en notación científica. Interpretación y uso de la notación científica en contextos. Uso de la calculadora.

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
3 **Ángulos. Triángulos. Criterios de congruencia**	Producir y analizar construcciones con ángulos considerando las propiedades involucradas.	Ángulos complementarios, suplementarios, consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice.	Cálculo de complementos y suplementos de ángulos dados. Trazado de ángulos adyacentes a uno dado y reconocimiento de su relación. Redacción de afirmaciones que involucran ángulos complementarios, suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice. Reconocimiento de ángulos consecutivos.
	Nombrar pares de ángulos determinados por dos rectas paralelas y una secante; reconocer y justificar sus relaciones.	Ángulos entre paralelas.	Reconocimiento y determinación de ángulos correspondientes, alternos y conjugados entre paralelas. Justificación de las amplitudes de los ángulos que se forman entre dos paralelas y una secante.
	Clasificar triángulos. Manejar las propiedades de los lados y los ángulos de los triángulos.	Triángulos. Clasificaciones. Propiedades de los lados y los ángulos.	Resolución de situaciones que involucran clasificaciones de triángulos y propiedades. Aplicación de la suma de los ángulos interiores de un triángulo. Deducción de la propiedad de un ángulo adyacente a un ángulo interior de un triángulo.
	Trazar mediatrices y bisectrices, y evaluar su utilidad como recurso para resolver problemas. Trazar un ángulo congruente a otro dado.	Construcciones de mediatrices, bisectrices y de un ángulo congruente a otro dado.	Trazado de la mediatriz de un segmento con regla y compás, e interpretación como el conjunto de puntos que equidistan de sus extremos. Trazado de las mediatrices de los lados de un triángulo y comprobación de que se cortan en un punto que es centro de la circunferencia que pasa por sus vértices. Trazado de bisectrices con regla y compás. Resolución de situaciones que involucran mediatrices. Trazado de un ángulo congruente a otro dado.
	Construir triángulos dadas ciertas condiciones.	Construcción de triángulos con regla y compás.	Construcción de triángulos dados algunos datos, y análisis de la unicidad. Análisis de la factibilidad de la construcción de un triángulo con algunos requisitos dados.
	Aplicar criterios de congruencia de triángulos como herramienta de demostración.	Criterios de congruencia de triángulos.	Reconocimiento de elementos homólogos en triángulos congruentes. Aplicación de los criterios de congruencia de triángulos en situaciones diversas. Redacción de justificaciones. Evaluación de la posibilidad de realizar construcciones de triángulos congruentes a partir de ciertos datos aportados.
4 **Lenguaje algebraico**	Traducir del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa.	Lenguaje simbólico. Expresiones algebraicas. Valor numérico de una expresión algebraica.	Traducción del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa. Uso del lenguaje simbólico para expresar perímetros y áreas, y para generalizar propiedades de los números. Obtención del valor numérico de expresiones algebraicas.
	Interpretar el lenguaje matemático y adquirir, en forma progresiva, niveles de expresión cada vez más claros y formales.	Operaciones con monomios.	Resolución de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con monomios. Descubrimiento y corrección de errores.
	Operar con expresiones algebraicas. Comprender la ventaja del uso del Álgebra para la resolución de problemas.	Operaciones con expresiones algebraicas: propiedad distributiva, factores comunes y cuadrado de un binomio.	Aplicación de la propiedad distributiva con expresiones algebraicas en situaciones descontextualizadas y contextualizadas. Búsqueda de factores comunes de expresiones algebraicas para transformarlas en productos. Desarrollo de cuadrados de binomios. Interpretación de áreas de cuadrados divididos en dos cuadrados y dos rectángulos.
	Resolver situaciones mediante el planteo de ecuaciones lineales.	Ecuaciones lineales con una incógnita.	Resolución de ecuaciones lineales descontextualizadas y en contextos significativos. Descubrimiento del término faltante de una ecuación, dada su solución. Comprobación de soluciones de ecuaciones.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
5 **Gráficos y funciones**	Representar e interpretar puntos en el plano mediante coordenadas cartesianas y a partir de tablas y gráficos.	Sistema de coordenadas cartesianas. Puntos del plano como pares ordenados.	Ubicación y escritura de puntos del plano con coordenadas cartesianas. Identificación del signo de la abscisa y la ordenada según el cuadrante. Interpretación de puntos con componentes nulas.
	Interpretar gráficos cartesianos.	Interpretación de gráficos cartesianos. Variables independiente y dependiente.	Interpretación de la información brindada por un gráfico cartesiano.
	Producir e interpretar fórmulas, tablas de valores y gráficos de situaciones contextualizadas que respondan a funciones lineales y de proporcionalidades directa e inversa.	Noción de función. Dominio e imagen de una función. Lectura de gráficos.	Reconocimiento de gráficos de funciones, de las variables involucradas, de los dominios y de las imágenes. Elaboración de fórmulas de funciones en contextos determinados, y obtención de imágenes.
		Función lineal. Pendiente y ordenada al origen. Crecimiento y decrecimiento. Función constante.	Armado de tablas, determinación de la fórmula que se ajusta a la situación y uso de la fórmula para calcular valores de las variables. Confección de gráficos de funciones lineales. Determinación de la correspondencia de una fórmula con una función lineal. Determinación de pendientes y ordenadas al origen, y de sus signos. Análisis del signo de la pendiente para establecer si la función crece, decrece o es constante. Resolución de situaciones contextualizadas con funciones lineales e interpretación de fórmulas.
		Función de proporcionalidad directa. Constante de proporcionalidad directa. Gráfico de la función.	Armado de tablas, determinación del valor de la pendiente y de la fórmula de funciones de proporcionalidad directa; confección de gráficos. Reconocimiento de fórmulas y gráficos de funciones de proporcionalidad directa. Obtención de imágenes. Resolución de problemas que involucran funciones de proporcionalidad directa. Interpretación de la pendiente.
		Función de proporcionalidad inversa. Constante de proporcionalidad inversa. Hipérbola.	Armado de tablas, confección e interpretación de gráficos, y determinación de constantes de funciones de proporcionalidad inversa. Reconocimiento y determinación de fórmulas de funciones de proporcionalidad inversa. Resolución de problemas que involucran funciones de proporcionalidad inversa.
6 **Cuadriláteros. Cuerpos geométricos**	Reconocer y clasificar cuadriláteros.	Clasificación de cuadriláteros convexos según el paralelismo de sus lados. Suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero. Propiedades de los paralelogramos, romboides y trapecios. Construcciones de paralelogramos, romboides y trapecios.	Exploración y clasificación de cuadriláteros convexos a partir de las longitudes y el paralelismo de sus lados. Aplicación de la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero en el cálculo de amplitudes angulares desconocidas, bajo ciertas condiciones. Aplicación de las propiedades de los paralelogramos, romboides y trapecios para determinar congruencias y relaciones, amplitudes angulares y longitudes de lados. Construcciones de paralelogramos, romboides y trapecios dadas ciertas condiciones. Aplicación de la propiedad de la base media paralela a las bases de un trapecio.
	Establecer propiedades de cuadriláteros, demostrarlas y aplicarlas. Construir cuadriláteros.		
	Reconocer cuerpos geométricos y sus características. Comprobar la relación de Euler. Anticipar características de un cuerpo con secciones de diferentes formas.	Poliedros convexos. Prismas y pirámides. Relación de Euler. Poliedros regulares. Cuerpos redondos: cilindro, cono y esfera.	Determinación del número de caras, vértices y aristas de poliedros. Aplicación de la relación de Euler. Reconocimiento de poliedros regulares. Reconocimiento de secciones producidas con cortes de cuerpos geométricos y de los cuerpos que se generan. Reconocimiento de cuerpos geométricos a partir de sus plantillas.

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
7 **Perímetros y áreas. Teorema de Pitágoras. Volúmenes**	Manejar relaciones y equivalencias entre unidades de medida.	Perímetro de un polígono. Unidades de longitud. Unidades de superficie.	Cálculo de perímetros con datos dados en diferentes unidades de longitud. Determinación de equivalencias entre áreas expresadas en distintas unidades. Cálculo del área de figuras compuestas por cuadraditos y triangulitos.
	Reconocer e interpretar modelos elementales en figuras más complejas. Aplicar conceptos conocidos para determinar áreas de figuras combinadas.	Áreas de triángulos y cuadriláteros.	Cálculo del área de figuras compuestas por cuadriláteros y triángulos.
		Polígono regular. Área de un polígono regular.	Cálculo del área y las longitudes de la apotema y los lados de polígonos regulares.
	Reconocer la utilidad del teorema de Pitágoras y aplicarlo en situaciones diversas.	Teorema de Pitágoras. Las ternas pitagóricas.	Aplicación del teorema de Pitágoras en situaciones descontextualizadas y contextualizadas. Determinación de ternas pitagóricas.
		Longitud de la circunferencia. Área del círculo. Longitud del arco de circunferencia. Área del sector circular.	Aplicación de las fórmulas para calcular el radio, el diámetro, el perímetro o el área de un círculo. Obtención del área y el perímetro de figuras complejas con partes circulares.
	Obtener áreas y volúmenes de diversos cuerpos. Reconocer la independencia entre el área y el perímetro de una figura, así como entre el área y el volumen de un cuerpo.	Áreas de prismas y cilindros rectos. Áreas de pirámides y conos rectos. Volúmenes de cuerpos. Unidades.	Cálculo de las áreas lateral y total de prismas, cilindros, pirámides y conos rectos. Resolución de situaciones que involucran el cálculo del volumen de prismas, cilindros, pirámides, conos y esferas.
	Relacionar volúmenes, capacidades y masas, e interpretar el concepto de densidad.	Relación entre unidades de volumen, capacidad y masa. Densidad.	Resolución de situaciones contextualizadas que involucran relaciones entre unidades de volumen, capacidad y masa. Interpretación del concepto de densidad.
8 **Estadística y probabilidad**	Identificar las nociones de población, muestra representativa y variable estadística. Determinar frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.	Datos estadísticos: población, muestra y variables. Tablas de frecuencias absoluta, relativa y porcentual.	Identificación de poblaciones, variables y muestras representativas en distintos contextos. Determinación de frecuencias relativas y porcentuales. Construcción e interpretación de tablas de frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.
	Construir e interpretar gráficos de barras y circulares.	Gráficos estadísticos: de barras y circular.	Elaboración, interpretación y comparación de gráficos de barras y circulares. Armado de tablas de frecuencias a partir de gráficos estadísticos.
	Obtener medias, modas y medianas; analizar su variación y pertinencia.	Promedio, moda y mediana.	Obtención e interpretación de medidas de tendencia central. Cuestionamiento de su representatividad en diferentes situaciones. Corrección de errores.
	Determinar espacios muestrales y calcular probabilidades simples.	Experimentos aleatorios. Espacio muestral. Evento o suceso. Probabilidad de un suceso.	Ordenamiento de sucesos del menos probable al más probable. Redacción de sucesos imposibles y seguros. Determinación de espacios muestrales. Determinación de casos favorables en experimentos aleatorios. Cálculo de probabilidades simples. Interpretación de resultados obtenidos.
	Resolver problemas de conteo con permutaciones y variaciones. Calcular probabilidades que incluyen problemas de conteo.	Problemas de conteo. Diagrama de árbol. Esquema de casillas. Variaciones.	Resolución de problemas de conteo que involucran permutaciones y variaciones. Confección de diagramas de árbol o esquemas de casillas para el conteo de casos. Cálculo de probabilidades en situaciones que involucran variaciones para determinar el espacio muestral.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Nota: las respuestas que no figuran se consideran a cargo de los alumnos.

1 Números enteros

ESTO YA LO SABÍA...

1. 38 °C – (–16 °C) = 54 °C

2. 15, 21, 28 y 36.

MATEMUNDO

Cada uno debería haber puesto $2.088. Entonces, Diego puso $1.662 de más, que coincide con los $348 y los $1.314 que Beto y Cristian pusieron de menos, así que ellos deben dárselos a aquel.

3. **a.** (2.913 – 3) + 90 **c.** (500 · 2) · 87
b. (3.496 + 4) – 50 **d.** (4 · 250) · (9 · 3)

4. **a.** ≠ **b.** ≠

5. **a.** (90 + 2) · 7 **b.** 6 · (60 – 1)

6. **a.** = **b.** ≠

7. División, resta, multiplicación y suma. Da 50.

8. **a.** 55 **c.** 10 **e.** 51
b. 35 **d.** 74 **f.** 12

9. **a.** 31 **c.** Por ejemplo, 38. **e.** Por ejemplo, 6.
b. 43 **d.** Por ejemplo, 13. **f.** Por ejemplo, 7.

10. **a.** 10, 19, 20, 38, 76, 95.
b. 30.

11.

El número	Es divisible por						
	2	3	5	6	9	10	100
830	X		X			X	
5.340	X	X	X	X		X	
39.005			X				
40.100	X		X			X	X
715.023		X			X		
92.735			X				

12. **a.** Rojas: 1 × 12, 2 × 6, 3 × 4.
Grises: 1 × 7.
Amarillas: 1 × 11.
b. Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
Divisores de 7: 1, 7.
Divisores de 11: 1, 11.
c. Sí, porque, como en el caso de 7 y 11, tienen solo 2 divisores.

13. Primos menores que 100: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

14. Como es impar, no puede ser divisible por un par (como el 6 y sus múltiplos).
Como no es divisible por 3, no puede serlo tampoco por ningún múltiplo de 3.

15. **a.** 3 o 5. **b.** 2 o 29.

16. **a.** 3 · 5 · 5 · 7 · 11
b. 2 · 7 · 7 · 17
c. 2 · 2 · 7 · 13 · 13

17. 441 = 3 · 3 · 7 · 7
495 = 3 · 3 · 5 · 11
2.275 = 5 · 5 · 7 · 13

18. **a.** $2^2 \cdot 7^3$ **c.** $2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 11$
b. $2 \cdot 3 \cdot 5^3$ **d.** $5 \cdot 7 \cdot 11^2$

19. **a.** 9.081.072 **e.** 4.500 **i.** 249.480
b. 56 **f.** 30 **j.** 18
c. 458.640 **g.** 6.237.000 **k.** 3.822.000
d. 2 **h.** 12 **l.** 4

20. **a.** 480 **b.** 8

21. Cada 120 m.

22. La mayor cantidad de participantes por equipo es 6. Así se podrán formar 3 equipos de Defensores, 5 de Sacachispas, 6 de Unidos, 7 de Atlético y 4 de Correcaminos. O sea, 25 equipos en total.

23. Vuelven a encontrarse a los 210 días. O sea, no será durante ese mes ni en el siguiente.

24. Como máximo podrán enviarse 24 bolsas. En cada una habrá 35 latas de atún, 25 tarros de leche y 6 paquetes de arroz.

25. 756 postales.

26. 3.780. Es el m.c.m. (378; 180).

A VER CÓMO VOY

27. **a.** 6 **b.** 24 **c.** 7 **d.** 60

28. **a.** (49 – 19) : 5 + 8 + 2 · 5 = 24
b. 16 + 10 : 2 + (80 – 60) : 5 = 25

29. 54

30. **a.** El último. **c.** 1 boleto: 1 + 4 + 3 + 1 = 9
b. 13 veces. **d.** Los dos primeros.

31. 360 camisetas en paquetes de 15.
Habrá 24 paquetes de 15 y 64 paquetes de 10.

32. **a.** 132 **b.** 33 **c.** 22 **d.** 128

33. **a.** Ya sabe que 345 es divisible por 5; solo tiene que verificar que también es divisible por 3.
b. 3 y 5.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

34. Dos divisores, porque ambos son primos.

35. 70

36. 15.120

37. Tienen que ser cuadrados de 18 cm de lado.

38.

6.768 m	21 °C	–700
–6.263 m	–22 °C	200

39. **a.** –2 **b.** 3 **c.** –25 **d.** –1

40. **a.** Debe $2.500. **b.** Está a 20 m de profundidad.

41. **a.** Máximas: –3, –1, 3, 4.
Mínimas: –8, –6, 0, 2.
Más alta: 4. Más baja: –8.
b. De izquierda a derecha: –8, –6, –3, –1, 0, 2, 3, 4.
c. Sí, corresponden a –3 y 3.
d. –2 °C
e. El domingo.

42. **a.** –8 **b.** –5 **c.** 0 **d.** –7 **e.** 9 **f.** –2

43. Nació primero el escultor y murió último el filósofo.

44. **a.** < **b.** > **c.** < **d.** > **e.** <

45. **a.** –8 **b.** 15 **c.** B

46. Que un número sea mayor a otro no implica, necesariamente, que se encuentre a mayor distancia del 0.
Por ejemplo, $2 > -3$, pero $|2| < |-3|$.

47. **a.** mayor **b.** igual **c.** menor **d.** menor

48. Hay que representar –7, –5, –3, –1, 1, 3, 5 y 7.

49. Por ejemplo, –96, –95, –94, –93, –92 y –91.

50. **a.** El botón –3. **b.** El último.

51. **a.** $-2 + 9 = 7$ **b.** $-46 + 320 = 274$

52.

a. –50	**d.** 30	**g.** –35
b. –20	**e.** 0	**h.** 40
c. –10	**f.** 50	**i.** –200

53. Bajó 6 grados.

54. **a.** 6 **b.** –6 **c.** –4
Corresponde rodear el cálculo b.

55.

a. –17	**c.** –20
b. –40	**d.** 26

56. $14 - (-63) = 77$

57. **a.** $4 + 6 = 10$ **b.** $4 - 6 = -2$ **c.** $4 - 6 = -2$ **d.** $4 + 6 = 10$

58. $-12 - (-4) = -8$ Descendió 8 m.

59. $5 - 3 + 4 - 1 - 2 + 8 - 6 + 4 = 9$
$(5 + 4 + 8 + 4) - (3 + 1 + 2 + 6) = 9$

60. **a.** 0 **b.** 6 **c.** 18 **d.** –4 **e.** 16 **f.** 200

61. **a.** 30 **b.** –8

62. $-3 + 8 + 2 - 4 - 5 = -2$ Hubo 2 °C bajo cero.

63. $0 - 3 + 5 - 3 + 6 + 2 - 7 = 0$ En planta baja.

64.

a. –15	**e.** 20	**i.** 2
b. –36	**f.** 0	**j.** 0
c. –14	**g.** –3	**k.** 1
d. –48	**h.** –3	**l.** –1

65.

a. 2	**d.** –10	**g.** 0
b. –100	**e.** –42	**h.** –532
c. –2	**f.** –1	**i.** –500

66. **a.** $60 \cdot (-1) = -3 \cdot 20$ **b.** $-14 \cdot 4 = 7 \cdot (-8)$
c. $-45 \cdot (-2) = -9 \cdot (-10)$ **d.** $-8 \cdot 3 = 8 \cdot (-3)$

67.

a. 30	**c.** 2	**e.** –3	**g.** –2
b. 0	**d.** 2	**f.** 50	**h.** –1

68.

RESULTADO NEGATIVO	RESULTADO POSITIVO
RESULTADO POSITIVO	RESULTADO NEGATIVO

69. **a.** + **b.** + **c.** + **d.** – **e.** – **f.** –

70. **a.** –1 **b.** 2

71. **a.** Se va multiplicando por –3. Los números que siguen son –81, 243, –729 y 2.187.

b. Se va dividiendo por –2.
Los números que siguen son 8, –4, 2 y –1.

72. $-5 \cdot (-3) = 15$

73.

a.	$-4 \cdot (-2) = 8$	$36 - 28 = 8$
b.	$100 \cdot (-5) = -500$	$-300 - 200 = -500$
c.	$36 : (-12) = -3$	$2 - 5 = -3$
d.	$10 \cdot (-8) = -80$	$-30 - 50 = -80$
e.	$-9 : (-9) = 1$	$4 - 3 = 1$
f.	$80 : (-8) = -10$	$-8 - 2 = -10$

74. **a.** $14 - 6 + 9 - 5 + 7 = 19$
$14 + (3) - (-2) = 14 + 3 + 2 = 19$

b. $4 - 5 - 6 + 10 - 2 + 1 = 2$
$-(+1) - (-4) + (-1) = -1 + 4 - 1 = 2$

75. **a.** No separó bien los términos.
Lo correcto es $-20 - 6 = -26$.

b. No separó bien los términos.
Lo correcto es $24 + 4 + 6 = 34$.

76. **a.** –13 **b.** –53 **c.** 37 **d.** 9

77. El primer cálculo da 4 y el segundo, 13. Clave secreta: 413.

A VER CÓMO VOY

78. Hay siete números.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

79. El buzo.

80. A es menor y tiene mayor módulo.

81. –7 °C < –4 °C < 3 °C bajo cero < 0 °C < 5 °C < 8 °C
Hay que rodear 8 °C.

82. Iguales.

83. **a.** > **c.** < **e.** >
b. = **d.** < **f.** =

84. **a.** A 6 metros de profundidad; –2 + (–4) = –6.
b. Tiene 6 a favor; –7 + 13 = 6.
c. En el tercer subsuelo; 5 – 8 = –3.

85. **a.** 15 °C; 7 °C. **b.** 27 °C

86. **a.** La profundidad a la que llegó el biólogo.
b. Los metros que descendió el biólogo.
c. Los metros que descendió la tortuga.
d. La profundidad a la que llegó la tortuga.

87. **a.** 0 **b.** 13

88. 6 · (–3 °C) = –18 °C

89. Fue de 3 °C.

90. **a.** 9 – 5 – 3 + 7 – 3 + 5 = 10
–(–4) – (–4) + (2) = 4 + 4 + 2 = 10
b. 10 – 6 + 4 – 2 + 8 + 1 = 15
10 + (–2) – (–6) – (–1) = 10 – 2 + 6 + 1 = 15
c. 14 + 1 + 2 – 6 + 9 + 5 + 3 = 28
14 – (–3) + (3) + 5 – (–3) = 14 + 3 + 3 + 5 + 3 = 28

91. $500 – ($2.900 – 5 · $600 – 2 · $390) = $1.380
Tiene que depositar $1.380.

92. **a.** 5 **b.** –8 **c.** –16 **d.** 9 **e.** 18

93. **a.** $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$
$5 \cdot 5 = 5^2 = 25$
$6 \cdot 6 = 6^2 = 36$
$7 \cdot 7 = 7^2 = 49$
$8 \cdot 8 = 8^2 = 64$

b. $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$
$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$
$6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$

94. **a.** 81 **d.** 81 **g.** 0 **j.** –1
b. –8 **e.** –81 **h.** 1 **k.** 16
c. 10.000 **f.** –1 **i.** –1.000 **l.** –16

95. 10^5 g = 100.000 g

96. **a.** RESULTADO NEGATIVO **d.** RESULTADO POSITIVO
b. RESULTADO POSITIVO **e.** RESULTADO NEGATIVO
c. RESULTADO POSITIVO **f.** RESULTADO NEGATIVO

97. (Base negativa)$^{\text{Exponente impar}}$

98. **a.** 0 **b.** 1 **c.** 1 **d.** 1 **e.** –1

99. **a.** RESULTADO POSITIVO **d.** RESULTADO NEGATIVO
b. RESULTADO NEGATIVO **e.** RESULTADO NEGATIVO
c. RESULTADO NEGATIVO **f.** RESULTADO POSITIVO

100. **a.** < **d.** < **g.** =
b. > **e.** > **h.** =
c. > **f.** < **i.** >

101. **a.** Por ejemplo, $–2 < (–2)^2$.
b. Por ejemplo, $–2 > (–2)^3$.
c. A todos debería sucederles, con cualquier número menor que –1 que elijan, que ese número es menor que su cuadrado y mayor que su cubo.

102. **a.** $(–2)^7$ **g.** $(–2)^4$
b. $(–2)^5$ **h.** $(–2)^{18}$
c. $(–2)^8$ **i.** $(–2)^{21}$
d. $(–2)^{13}$ **j.** $(–2)^0$
e. $(–2)^2$ **k.** $(–2)^7$
f. $(–2)^{14}$

103. **a.** $(–3)^5 = –243$ **g.** $5^7 = 78.125$
b. $15^2 = 225$ **h.** $9^4 = 6.561$
c. $(–4)^3 = –64$ **i.** $(–20)^2 = 400$
d. $10^7 = 10.000.000$ **j.** m^6
e. $(–10)^6 = 1.000.000$ **k.** m
f. $(–4)^4 = 256$ **l.** x^3

104. Si la base es 6, la última cifra de la potencia es 6. Si la base es 5, la última cifra de la potencia es 5.

105. En que el número no sea negativo.

106. Da error, ya que ningún número real al cuadrado da un resultado negativo.

107. **a.** 12 **e.** 0 **i.** 6
b. 7 **f.** 10 **j.** –4
c. 3 **g.** –3 **k.** –10
d. –1 **h.** 13 **l.** 5

108. **a.** $\sqrt[3]{729} = 9$
b. No, porque le sobraron 271 y la raíz cúbica de 271 no es un número entero.

109. **a.** 70 **e.** 2
b. 2 **f.** 2
c. 150 **g.** 2
d. 2 **h.** –2

110. **a.** No se distribuye la raíz. Lo correcto es $\sqrt{25} = 5$.
b. No se distribuye la raíz. Lo correcto es $\sqrt{144} = 12$.
c. No se distribuye la raíz, porque no existen las raíces cuadradas de números negativos en el conjunto numérico que conocen los alumnos. Primero se hace la división y luego se calcula la raíz, que da 6.
d. Los índices no se suman, se multiplican. Da 5.

111. **a.** 3 **b.** 12

112. **a.** En el primer renglón debió escribir 16, y en el tercero no separó bien en términos. El cálculo da 16 + (–16) = 0.
b. En el primer renglón debió escribir 36 en lugar de $(–12)^2$ y en el tercero separó mal en términos.
El cálculo da 6 – (–6) = 12.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

c. En el primer renglón se equivoca al distribuir el exponente y también al escribir + 2^4.
El cálculo da 64 – 16 = 48.

d. En el primer renglón se equivoca al distribuir la raíz, ya que no existe $\sqrt{-1}$ (en el conjunto numérico que los alumnos conocen); en el segundo renglón se equivoca al calcular las raíces cuadradas de números negativos (que no existen) y también al distribuir la raíz de la resta.
El cálculo da 7 + 12 = 19.

113. **a.** –4 **b.** 48 **c.** –3 **d.** 1 **e.** 5 **f.** –32 **g.** 93

114. Tiene razón Nacho, da 240.

A VER CÓMO VOY

115. **a.** $3^4 = 81$ **b.** $4^3 = 64$ **c.** $2^4 = 16$ **d.** $5^4 = 625$

116. $9^2 = 81$ Habrá 81 redondelitos.

117. Sí, porque $3^{10} = 59.049$.

118. **a.** + **b.** – **c.** – **d.** + **e.** + **f.** –

119. El número es –1.

120. **a.** 30 **b.** 40 **c.** Sí, con 50 sobre cada lado.

121. **a.** $\sqrt[3]{125} = 5$ **b.** $5^2 = 25$ **c.** 5 · 3 cm = 15 cm

122. **a.** 12 **b.** –40 **c.** 400 **d.** 39

REPASO TODO

123. En los resultados se repite el factor que figura a la izquierda.
8 · 11 = 8 · (10 + 1) = 80 + 8 = 88
27 · 101 = 27 · (100 + 1) = 2.700 + 27 = 2.727
536 · 1.001 = 536 · (1.000 + 1) = 536.000 + 536 = 536.536
7.243 · 10.001 = 7.243 · (10.000 + 1) = 72.430.000 + 7.243 = 72.437.243

124. Siempre sucede, porque 13 · 11 · 7 = 1.001. Si el número tiene la forma que se indica, equivale al producto entre sus primeras tres cifras y 1.001.

125. **a.** 49 **b.** 96 **c.** 20

126. **a.** (14 – 8) : 2 + 9 : 3 = 6 **b.** (14 – 8 : 2) + 2 · 4 = 18

127. **a.** (22 – 12) : 2 + 8 – 9 : 3 = 10
b. 24 + 8 : (4 + 4) – 5 · 3 = 10

128. Aplicando reglas de divisibilidad se descubre que las exactas son 21.505 : 5; 70.032 : 3; 49.812 : 6; 81.504 : 9 y 7.800 : 10.

129. Son los que pueden escribirse con 7 como uno de sus factores, o sea, todos excepto 23 · 7 – 1 y 7 + 13 · 5.

130. Sumó las cifras del número de alfajores para ver si es múltiplo de 3. Como 3 + 5 + 5 + 8 = 21, concluyó que no sobrarán alfajores, ya que 3.558 es divisible por 6 por ser par.

131. **a.** No, porque 100 no es divisible por 3 y, por lo tanto, tampoco es divisible por 12.
b. Podrían ser 5 o 25 por paquete.

132. No, por ejemplo, 13 o 23 no lo son.

133. **a.** 603 **b.** 67

134. 63

135. No, por ejemplo, 13 tiene dos divisores naturales, mientras que 6 tiene cuatro.

136. No, no es cierto. Por ejemplo, 16 es un cuadrado perfecto y tiene cinco divisores naturales.

137. El número es 2.639 y sus divisores son 1, 7, 13, 29, 91, 203, 377 y 2.639.

138. **a.** 3 y 5, 5 y 7, 11 y 13, 17 y 19, 29 y 31, 41 y 43, 59 y 61, 71 y 73.
b. Sí, 107 y 109.

139. $294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$ $825 = 3 \cdot 5^2 \cdot 11$ $390 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$

140. **a.** $2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11 = 80.850$
b. 3
c. $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 13 = 19.110$
d. $2 \cdot 3 = 6$
e. $2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 13 = 21.450$
f. $3 \cdot 5 = 15$

141. No, porque el único divisor que tienen en común es 1.

142. Los números son 3 y 41, ya que son los factores primos de 123.

143. **a.** Por ejemplo, 24 y 36.
b. Por ejemplo, 50 y 75 (su m.c.d. es 25).

144. –3 – 4 = –7 La temperatura descendió 7 grados.

145. –15 °C

146. 28 – (–975) = 1.003 Recorre 1.003 metros.

147. 1.937 – (–1.500) = 3.437 Transcurrieron 3.437 años.

148. El Templo de Artemisa se mantuvo en pie 32 años más que el Coloso de Rodas.

149. **a.** –5 **b.** 5

150. $2.850

151. **a.** –72 **b.** 12 **c.** –3 **d.** –7 **e.** –2 **f.** –3

152. El monto mensual promedio fue –$100; significa que perdió, en promedio, $100 mensuales.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

153. **a.** $10 \cdot 5 + 4 \cdot (-3) = 38$ puntos
b. $10 \cdot 5 + 10 \cdot (-3) = 20$ puntos
c. Paloma: $15 \cdot 5 + 2 \cdot (-3) = 69$ puntos;
Matías: $15 \cdot 5 + 5 \cdot (-3) = 60$ puntos.
Paloma obtuvo 9 puntos más.
d. Respondió 13 bien y se equivocó en 6.
e. Para obtener 87 puntos, tuvo que responder más de 17 correctas ($17 \cdot 5 = 85$ puntos) y por lo menos una incorrecta, porque el puntaje que ha obtenido no es múltiplo de 5. El estudiante contestó 18 preguntas correctas y se equivocó en una.

154. $6^4 = 1.296$

155. $7^4 = 2.401$

156. **a.** La tabla se completa con 2^1, 2^2, 2^3 y 2^4.
b. $2^5 = 32$ $2^8 = 256$ $2^{10} = 1.024$
c. Sí, porque $2^{30} = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 1.024 \cdot 1.024 \cdot 1.024$, que es mayor que 1.000^3, o sea, mayor que mil millones.

157.

–1	–1	–4	–4	–9	–9
–1	1	–8	8	–27	27

158. Todas, excepto $2 \cdot 2^6$.

159. **a.** $(-5)^2 = 25$ **b.** $(-10)^6 = 1.000.000$

160. Es el último, ya que $-2^8 : (-2)^2 = -2^6$, mientras que todos los demás son iguales a 2^6.

161. Hay que unir $(a \cdot b)^2$ con $a^2 \cdot b^2$ y $(a : b)^2$ con $a^2 : b^2$.

162. $\sqrt{64} = 8$, por lo tanto, hay $8^3 = 512$ cubitos.

163. $\sqrt[3]{512} = 8$, por lo tanto, hay 8 cubitos apoyados sobre cada arista, así que cada uno tiene 2 cm de altura.

164. **a.** $\sqrt{10.000} = 100$

b. $\sqrt{2.500} = \sqrt{25 \cdot 100} = 5 \cdot 10 = 50$

c. $\sqrt[6]{2^6} = 2$

d. $\sqrt[4]{(-2^4) \cdot (-5^2)^2 \cdot (-3^4)} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^4} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

165. Tiene razón Rocío, ya que $2^{10} + 2^{10} = 2 \cdot 2^{10} = 2^{11}$.

166. **a.** $4 \cdot 2^8 = 2^2 \cdot 2^8 = 2^{10}$
b. $3 \cdot 3^6 = 3^7$
c. $2 \cdot 2^3 = 2^4$

167. Por ejemplo: 16^2, 4^4 y 2^8.

168. **a.** –20 **b.** –2 **c.** –51 **d.** –138

2 Números racionales

ESTO YA LO SABÍA...

1. **a.** $\frac{3}{8}$ **b.** $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

2. **a.** Sí, es cierto **b.** Sí.

3. $\frac{1}{8}$

4. Dividir el entero en 9 partes iguales y pintar solo 5 de ellas.

5. $\frac{3}{64}$

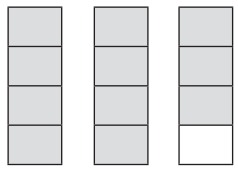
MATEMUNDO

$\frac{1}{5}$; 220; 43%

6. **a.** $\frac{2}{3} = 0,\widehat{6}$

b. $\frac{5}{6} = 0,8\widehat{3}$

c. $\frac{11}{4} = 2,75$



7. Esta es la tabla correcta.

Fracción	Número mixto	Expresión decimal	¿Exacta o periódica?
$\frac{18}{5}$	$3\frac{3}{5}$	3,6	EXACTA
$\frac{11}{9}$	$1\frac{2}{9}$	$1,\widehat{2}$	PERIÓDICA
$\frac{3}{8}$	____	0,375	EXACTA
$\frac{21}{10}$	$2\frac{1}{10}$	2,1	EXACTA

8. **a.** $\frac{7}{50} = \frac{14}{100} = 0,14$ **b.** $-\frac{9}{25} = -\frac{36}{100} = -0,36$
c. $-\frac{13}{8} = -\frac{1.625}{1.000} = -1,625$ **d.** $\frac{23}{40} = \frac{575}{1.000} = 0,575$
e. $\frac{27}{200} = \frac{135}{1.000} = 0,135$ **f.** $\frac{31}{20} = \frac{155}{100} = 1,55$

9. **a.** $\frac{3}{5}$, exacta. **b.** $\frac{20}{33}$, periódica.
c. $\frac{3}{8}$, exacta. **d.** $-\frac{11}{18}$, periódica.
e. $\frac{33}{80}$, exacta. **f.** $\frac{9}{16}$, exacta.

10. **a.** 0,6 **b.** 0,60
c. 0,375 **d.** $-0,6\widehat{1}$
e. 0,4125 **f.** 0,5625

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

11. **a.** $\frac{3}{2}$ **b.** $\frac{113}{25}$

c. $\frac{129}{200}$ **d.** $\frac{2}{25}$

e. $\frac{333}{100}$ **f.** $\frac{888}{125}$

12. $0{,}32 = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}$

$0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$

$7{,}5 = 7\frac{1}{2} = \frac{75}{10} = \frac{15}{2}$

$3{,}2 = \frac{320}{100} = \frac{64}{20} = \frac{16}{5}$

13. $\frac{29}{25}$ $1{,}1\hat{5}$

$6\frac{1}{4}$ 4,2

0,975 $\frac{24}{5}$

14. **a.** $31{,}6 = \frac{158}{5}$ **b.** $0{,}735 = \frac{147}{200}$

15. **a.** Falso. Es 1,8. **b.** Falso. Es $3{,}\hat{5}$.
c. Verdadero.

16. El número $-\frac{1}{2}$ se ubica cuatro cuadraditos a la izquierda del 0 y $-\frac{3}{8}$, un cuadradito a la derecha de $-\frac{1}{2}$. El número $\frac{9}{8}$ se ubica 9 cuadraditos a la derecha del 0 y $\frac{5}{4}$, un cuadradito más a la derecha.

17. **a.** Primero se ubica el 0 en la mitad de −1 y 1. Luego se ubica 0,5 cinco cuadraditos a la derecha del 0 y el 1,1 seis cuadraditos más a la derecha.
El número −0,8 se ubica dos cuadraditos a la derecha de −1.
El número −1,4 se ubica 4 cuadraditos a la izquierda del −1 y −1,25, un cuadradito y medio a la derecha de −1,4.

b. El 0 se ubica tres cuadraditos a la izquierda de $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{12}$, un cuadradito a la derecha del 0.
El número $\frac{2}{3}$ se ubica 5 cuadraditos a la derecha de $\frac{1}{4}$ y $\frac{11}{12}$, tres cuadraditos más a la derecha.
−1 se ubica tres cuadraditos a la izquierda de $-\frac{3}{4}$ y $-\frac{7}{6}$ dos cuadraditos más a la izquierda. El número −0,75 se ubica en el mismo lugar que $-\frac{3}{4}$.

18. **A** está mal ubicada. Debe estar dos cuadraditos a la derecha del 2.
B está mal ubicada. Debe marcarse 5 cuadraditos a la derecha de −1.
C está mal ubicada. Debe estar medio cuadradito a la derecha de donde se colocó.
D está bien ubicada.
E está mal ubicada. Debe ubicarse tres cuadraditos a la izquierda del 2.

19. **a.** 7 décimos se ubica 7 cuadraditos a la derecha de 0,2 y $\frac{18}{20}$ dos cuadraditos más a la derecha.

$-\frac{3}{2}$ se ubica cuatro cuadraditos a la izquierda de $-\frac{11}{10}$ y $-1\frac{3}{5}$, un cuadradito más a la izquierda.

b. Por ejemplo: −0,8.

20. **a.** < **b.** > **c.** <

d. > **e.** = **f.** >

21. La tarjeta roja es la de Uriel y la verde, de Mati. La tarjeta amarilla es de Agus y la azul, de Lucas.

22. Por ejemplo:

a. [redacted] **b.** 2,09. **c.** [redacted]

d. 5,24. **e.** [redacted] **f.** −4,16.

23. **a.** A practicar piano.
b. A Andy le falta menos.

24. Menores que −4,5: $-4\frac{5}{8}$.

Entre −4,5 y $-\frac{5}{2}$: $-3{,}\hat{7}; -\frac{39}{9}; -2{,}\hat{5}$.

Mayores que $-\frac{5}{2}$: $-2{,}48; \frac{23}{5}; -\frac{11}{5}; -\frac{8}{5}; 0{,}\hat{8}$.

25. **a.** El mayor es $1{,}\hat{6}$ y el menor, 1,1.

b. El mayor es $-0{,}0\hat{8}$ y el menor, $-0{,}\hat{8}$.

c. El mayor es $1{,}\hat{9}$ y el menor, $\frac{9}{5}$.

26. Por ejemplo, se ubica $\frac{69}{10} = 6{,}9$ diez cuadraditos a la derecha el 7. Un cuadradito a la izquierda de 6,9 se ubica 6,8 que representa a $\frac{34}{5}$ y un cuadradito a la derecha de 6,9 se ubica 6,91. Medio cuadradito a la izquierda de 6,9 se ubica 6,85.

27. $1{,}25 > 1{,}\hat{2} > 1{,}22 > 1{,}2 > 1{,}1\hat{8} > 1{,}02 > 1{,}01$.

28. Esta es la tabla correcta.

8,235	8	8,2	8,24	8	8,2	8,23
23,9495	24	23,9	23,95	23	23,9	23,94
19,06	19	19,1	19,06	19	19	19,06
$27{,}\hat{5}$	27	27,6	27,56	27	27,5	27,55

29. Tiene razón Galo porque el número puede ser 32,65; 32,66; 32,67; 32,68 o 32,69.

30. Sí, es cierto.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

A VER CÓMO VOY

31. **a.** $-\frac{1}{5} = -0{,}2$ **b.** $\frac{39}{8} = 4{,}875$

c. $\frac{41}{4} = 10{,}25$ **d.** $-\frac{137}{45} = -3{,}0\widehat{4}$

32. **a.** $\frac{18}{25}$ **b.** $\frac{151}{125}$

c. $-\frac{104}{25}$ **d.** $\frac{9}{250}$

33. Las fracciones son equivalentes; representan el mismo número racional. Los ceros al final de la parte decimal no tienen valor.

34. El número $-\frac{17}{6}$ se ubica 1 cm a la derecha de -3 y $-2{,}75$, medio centímetro más a la derecha. El número $-\frac{25}{12}$ se ubica 5,5 cm a la derecha de -3 y $-\frac{2}{3}$, dos centímetros a la derecha de -1.

35. **a.** Lucía.
b. Nicolás.

36. Juan va primero y Mario, en el último lugar.

37. Por ejemplo:
a. $-0{,}087$ **c.** $0{,}294$
b. $-0{,}23$ **d.** $0{,}306$

38. La primera tabla se completa con: $0{,}5\widehat{5}$; 0,55; 0,5; 0.
La segunda tabla se completa con: $0{,}8\widehat{7}$; 0,878; 0,88; 0,9; 1.

39.

$\frac{7}{30}$	+	$\frac{13}{10}$	=	$\frac{23}{15}$
+		–		+
$\frac{11}{10}$	–	$\frac{1}{30}$	=	$\frac{16}{15}$
=		=		=
$\frac{4}{3}$	+	$\frac{19}{15}$	=	$\frac{13}{5}$

40. **a.** $\frac{37}{8} = 4\frac{5}{8}$ **b.** $-\frac{16}{15}$

c. $-\frac{127}{14}$ **d.** $\frac{10}{3}$

41. **a.** $\frac{41}{16}$ **b.** $\frac{4}{5}$ **c.** $\frac{8}{9}$

d. $\frac{23}{10}$ **e.** 6 **f.** 7,42

42. **a.** En el 1.° A debe entregar el pedido 1, y el otro en el 1.° B.
b. No puede juntarlos porque superan en 1,05 kg esa cantidad.

43. Tiene que dar $54,75 de vuelto.

44. Debe depositar $2.365,95.

45. Le falta ver menos de la mitad porque vio $\frac{2}{7} + \frac{1}{4} = \frac{15}{28}$ y la mitad es $\frac{14}{28}$.

46. No puede ser porque $\frac{2}{3} - \frac{1}{10} \neq \frac{1}{2}$.

47. **a.** 12 **b.** -216

c. $-\frac{27}{2}$ **d.** $\frac{1}{10}$ **e.** $-\frac{5}{3}$

48. Puede llenar justo 18 botellas.

49. Le quedan $\frac{5}{8}$ del dinero del banco.

50. Los enunciados correctos son:
a. Dividir por un medio es lo mismo que multiplicar por 2.
b. Multiplicar por un cuarto es lo mismo que dividir por 4.
c. Multiplicar por un tercio es lo mismo que dividir por 3.
d. Dividir por 5 es lo mismo que multiplicar por un quinto.
- Multiplicar por $\frac{1}{10}$ es lo mismo que **dividir por 10** y dividir por $\frac{1}{10}$ es lo mismo que **multiplicar por 10**.

51. **a.** Pagó $54,60 (10,4 · $5,25).
b. Le alcanza para 13 banderines (10,4 : 0,80).
c. Podrán obtener 17 pedacitos. Usarían el rollo completo porque el resultado de la división es un número entero.

52. **a.** $\frac{2}{3} \cdot 0{,}25$, $\frac{2}{3} : 4$ y $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$ **b.** $\frac{1}{6}$

53. **a.** Multiplicar por 0,01 equivale a dividir por 100. Dividir por 0,01 equivale a multiplicar por 100.
b. Dividir por 0,001 equivale a multiplicar por 1.000. Multiplicar por 0,001 equivale a dividir por 1.000.

54. 143,7 calorías.

55. Conviene en bolsitas de 0,125 kg.

56. **a.** Joaquín leyó un 2,5% más. **b.** 62,5%.

57. 78,67%.

58. **a.** $331,50 representa el 85% de $390, por lo tanto, le hicieron un 15% de descuento.
b. Le recargaron un 12%.

59. Los enunciados correctos son:
a. … abonó un 105% de su valor.
b. … es decir, el 60%.
c. … abonando el 87%.
d. … un descuento del 7,5%.
e. … es 0,30 · 0,80 · 90.

60. **a.** No. **b.** No.

61. **a.** En El centauro, el 50% de descuento, y en El dorado, el 35% de descuento.
b. En El centauro terminás pagando $7,25 por cada uno y en El dorado, $9,425 por cada uno.

62. El 25% de descuento. Iba calculando las tres cuartas partes del precio, el 75%.

63. **a.** El 4%.
b. Sí, porque 1 es el 4% de 25.
c. Pagó $15,6 menos.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

64. **a.** $\frac{11}{4}$ **b.** $-\frac{141}{700}$ **c.** $\frac{931}{80}$
d. $-\frac{397}{75}$ **e.** $\frac{303}{20}$ **f.** $-\frac{23}{5}$

65. El primer cálculo de la segunda columna es el del hielo seco y el segundo de esa misma columna es el de la tinta.

A VER CÓMO VOY

66. **a.** $\frac{24}{35}$ **b.** $\frac{11}{35}$ **c.** En $\frac{13}{70}$.

67. **a.** $\frac{9}{40}$ **b.** Sí, $\frac{1}{40}$ más porque $\frac{31}{40} > \frac{3}{4}$.
c. $\frac{3}{20}$

68. 0,2 L.

69. $\frac{1}{4}$

70. 12 pocillos. Sobra $\frac{1}{10}$ L.

71. $\frac{1}{6}$ recibió la fundación y $\frac{1}{6}$ el hospital.

72. **a.** < **b.** < **c.** <
d. <

73. **a.** El 65% de P es 0,65 · P.
P aumentado en un 65% es 1,65 · P.
P con una rebaja del 35% es 0,65 · P.
P con un 65% de descuento es 0,35 · P.
El 35% de P es 0,35 · P.
P con un aumento del 35% es 1,35 · P.
b. $811,80.
c. 10%.

74. En el primer caso hacen un descuento del 33,33%, redondeado a los centésimos y, en el segundo caso, un 25%.

75. 1 de cada mil.
Será rechazado porque les dio sueño al 0,15%, un porcentaje mayor al aceptado.

76. **a.** $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ **b.** $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$
c. $(0,6)^2 = 0,36$ **d.** $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
e. $(-0,1)^3 = -0,001$ **f.** $(-0,8)^2 = 0,64$

77. **a.** $\frac{9}{49}$ **b.** $-\frac{1}{216}$ **c.** 1
d. 1,44 **e.** −11 **f.** 0,0001
g. 0,000125 **h.** 125 **i.** $\frac{2}{7}$
j. $\frac{25}{4}$ **k.** 1.000 **l.** 6,25

78. **a.** $\left(-\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{64}{25}$ **b.** $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

79. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

80. **a.** Mal. Debe decir: $-\frac{3}{2}$.
b. Bien.
c. Mal. Debe decir: $\frac{1}{3}$.
d. Mal. Debe decir: 0.
e. Bien.
f. Mal. Debe decir: $\frac{1}{625}$.

81. **a.** 2.500 **b.** 1 **c.** $\frac{16}{9}$
d. $\frac{25}{121}$

82. El signo de la fracción.

83. **a.** $\frac{7}{10}$ **b.** $-\frac{1}{4}$ **c.** 0,3
d. 0,009 **e.** −0,2 **f.** $\frac{1}{5}$
g. $\frac{1}{5}$ **h.** $\frac{8}{11}$

84. **a.** Mal. Debe decir: 0,6.
b. Mal. Debe decir: −1.
c. Mal. Debe decir: $\frac{1}{6}$.
d. Mal. Debe decir: −1.
e. Mal. Debe decir: 0,0144.
f. Mal. Debe decir: 0,2.

85. **a.** −0,4. **b.** $\frac{99}{1.000}$ **c.** $\frac{1}{4}$
d. $\frac{10}{3}$ **e.** $-\frac{2}{5}$

86. **a.** Mal. Debe decir: $\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{5}{12}$
b. Mal. Debe decir: $\sqrt{\frac{1}{36} - \frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{4}{225}} = \frac{2}{15}$

87. **a.** $\frac{5}{24}$ **b.** $\frac{4}{15}$ **c.** $\frac{3}{40}$

88. **a.** $-\frac{8}{27}$ **b.** $\frac{121}{810}$
c. $\frac{527}{20}$ **d.** 0
e. 1 **f.** $\frac{1.083}{20}$

89. **a.** $\frac{13}{405}$ **b.** $\frac{10}{13}$
c. $\frac{1}{4}$ **d.** 2

90. **a.** $\frac{1}{2}$ **b.** $-\frac{1}{4}$
c. $-\frac{1}{32}$

91. **a.** 10^5 **b.** 10^{10}
c. 10^{13} **d.** 10^{-4}
e. 10^{-7} **f.** 10^{-12}

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

92. El exponente de la base 10 coincide con la cantidad de ceros que se ven en el número.

93. **a.** −9 **b.** −4 **c.** 9

94. **a.** $1{,}65 \cdot 10^{11}$ **b.** $9 \cdot 10^{-11}$
c. $2{,}34 \cdot 10^{10}$ **d.** $8{,}1 \cdot 10^{-6}$
e. $2{,}08 \cdot 10^{-8}$ **f.** $4{,}015 \cdot 10^{11}$
g. $3{,}2 \cdot 10^{-13}$ **h.** $9{,}026 \cdot 10^{-12}$

95. **a.** De la Tierra al Sol recorrió $1{,}496 \cdot 10^{11}$ y de Saturno al Sol, $1{,}4294 \cdot 10^{13}$.
b. Sí.

96. $1{,}2 \cdot 10^{-7}$ m

97. **a.** Mal. Debe decir: $6{,}4 \cdot 10^{16}$.
b. Mal. Debe decir: $7{,}2 \cdot 10^{-3}$.
c. Mal. Debe decir: $8 \cdot 10^{-9}$.

98. $0 < \mathbf{n} < 8$

99. $7{,}529 \cdot 10^{12}$

A ver cómo voy

100. **a.** $\frac{10.000}{9}$ **b.** 32 **c.** $\frac{16}{9}$
d. −212 **e.** $-\frac{1}{50}$ **f.** $\frac{19}{25}$
g. $\frac{513}{512}$

101. **a.** 1 **b.** 4 **c.** 8
d. $-\frac{3}{2}$ **e.** 16 **f.** $\frac{1}{3}$

102. **a.** $\frac{1}{8}$ **b.** $\frac{1}{2}$
c. $-\frac{1}{7}$ **d.** 0,00001

103. **a.** $\frac{50}{3}$ **b.** 2 **c.** $\frac{3}{40}$

104. **a.** $\sqrt{1{,}69} - (-0{,}3)^2 = 1{,}3 - 0{,}09 = 1{,}21$
b. $\left(\frac{7}{12}\right)^0 \cdot \sqrt[3]{0{,}001} = 1 \cdot 0{,}1 = 0{,}1$
c. $(-2)^{-1} + \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

105. La tarjeta azul se entregará al equipo de Gastón y la celeste, al de Pedro.

106. $5{,}913 \cdot 10^{10}$ km
$5 \cdot 10^{7}$ m

107. 2,6 ángstrom.

108. No superaría porque $9{,}2 \cdot 10^{-6}$ m $\cdot 10^{6} = 9{,}2$ m

Repaso todo

109. **a.** Falso. Es 8,6.
b. Falso. Es $-\frac{93}{10}$.
c. Falso. Es periódica $(4, \widehat{2})$.
d. Falso. Es 1,3.

110. Dibujá, por ejemplo, una recta en la que haya 6 cm entre 0 y 1. Luego, ubicá el número $\frac{7}{12}$ a la derecha del 0, a 3,5 cm y medio centímetro más a la derecha, $\frac{2}{3}$. Ubicá el número $\frac{5}{6}$ 1 cm a la izquierda del 1, y $\frac{3}{2}$ marcalo 3 cm a la derecha del 1.
$\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6} < \frac{3}{2}$

111. Entre −1 y 0.

112. **a.** $0,\widehat{9} < 1,0\widehat{4} < 1{,}3 < 1{,}405 < 1,\widehat{4} < 1{,}45$
b. $-9,\widehat{9} < -9,8\widehat{4} < -9{,}8 < -8,\widehat{6} < -8{,}29$

113. **a.** No
b. Por ejemplo, 8,304.

114. Por ejemplo:
a. $\frac{1}{6}, \frac{7}{40}$ y $\frac{11}{60}$.
b. 3,23; 3,24 y 3,28.
c. 0,083; 0,085 y 0,087.
d. 12,455; 12,457 y 12,458.
e. −0,0084; −0,0082 y −0,0081.
f. −2,65; −2,63 y −2,61.

115. **a.** Mal. Debe decir: 34,6.
b. Mal. Debe decir: 129,92.
c. Bien.
d. Mal. Debe decir: 0,899.

116. Redondea.

117. **a.** $\frac{3}{10}$
b. Es mayor. $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ y $\frac{4}{10} > \frac{1}{4}$
c. Más. Un 65%.

118. 16,25 m más.

119. 0,55 L.

120. 33 budines.

121. 213 L.

122. $\frac{1}{2}$

123. **a.** $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$ y $\frac{17}{30}$.
b. 10
c. 28 partidos.

124. Se podrán llenar 20 vasos y sobrarán 0,15 L de jugo.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

125. 192.

126. **a.** A los varones el 50% y a las niñas el 25%.
b. 150 vacunas para los adultos, 300 para los niños varones y 150 para las niñas.

127. **a.** $0{,}88 \cdot \$1.750 = \$1.540$
b. La madrina el 45% y el padrino, el 55%.

128. 6%.

129. **a.** 20% **b.** Por 0,80.

130. **a.** > **b.** >

131. **a.** Es menor porque $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ es menor que 1. En cambio, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$ siempre es igual o mayor que 2 (2, 4, 8, 16, ….).
b. Sí.
c. Pasaría a ser mayor la primera expresión.

132. $\sqrt[7]{-0{,}0000001} = -0{,}1$

133. **a.** $\frac{125}{216}$ **b.** $\frac{1}{49}$ **c.** $\frac{81}{121}$
d. $\frac{8}{27}$ **e.** $\frac{1}{3}$ **f.** $-0{,}7$
g. 0,1 **h.** $-0{,}4$

134. **a.** $\frac{29}{150}$ **b.** $\frac{1.793}{120}$ **c.** $-\frac{93}{25}$

135. **a.** > **b.** > **c.** >

136. $3.900 = 3{,}9 \cdot 10^3$
$0{,}00000039 = 3{,}9 \cdot 10^{-7}$
$39.000.000 = 3{,}9 \cdot 10^7$
$0{,}0039 = 3{,}9 \cdot 10^{-3}$
$3.900.000 = 3{,}9 \cdot 10^6$
$0{,}039 = 3{,}9 \cdot 10^{-2}$

137. **a.** $14{,}8 \cdot 10^{-5}$ **b.** $1{,}17 \cdot 10^{10}$
c. $1{,}4 \cdot 10^{-4}$ **d.** $5 \cdot 10^{17}$
e. $1{,}3 \cdot 10^{-11}$

138. A 10^{11} veces su estatura.

139. En los exponentes de la base 10.

140. **a.** $1{,}075 \cdot 10$ **b.** $1{,}6 \cdot 10^{-1}$
c. $2{,}1\hat{3} \cdot 10^7$ **d.** $1{,}2 \cdot 10^{39}$

3 Ángulos. Triángulos. Criterios de congruencia

ESTO YA LO SABÍA...

1. $\hat{A} + \hat{B} = 94°$, obtuso.
$90° - \hat{C} = 41° 21´$, agudo.
$180° - \hat{D} = 80° 20´$, agudo.

2. **a.** $\hat{E} = 54°$
b. $\hat{F} = 122°$

MATEMUNDO

Se completa con: agudo, recto y agudo.
Suman 180°.

3. $\hat{\alpha} = 68°$ $\hat{\beta} = 52°$
$\hat{\gamma} = 45°$ $\hat{\varepsilon} = 90°$
$\hat{\lambda} = 102°$ $\hat{\omega} = 90°$

4. Ganó Juani y sacó menos puntos Agus.

5. **b.** $\hat{\gamma}$ y $\hat{\varphi}$ → conjugados internos.
$\hat{\alpha}$ y $\hat{\delta}$ → conjugados externos.
$\hat{\lambda}$ y $\hat{\varphi}$ → alternos internos.
$\hat{\beta}$ y $\hat{\delta}$ → alternos externos.
c. Son suplementarios.
d. Por ejemplo: $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son suplementarios por ser adyacentes, entonces $\hat{\beta} = 75°$.
$\hat{\lambda} = \hat{\beta}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\lambda} = 75°$.
$\hat{\alpha} = \hat{\gamma}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\alpha} = 105°$.
$\hat{\omega} = \hat{\gamma}$ por ser alternos internos entre paralelas, entonces $\hat{\omega} = 105°$.
$\hat{\delta} = \hat{\beta}$ por ser alternos externos entre paralelas, entonces $\hat{\delta} = 75°$.

6. **b.** Alex eligió un par de correspondientes y Martín, un par de alternos internos.
c. Por ejemplo: $\hat{\beta}$ y $\hat{\varphi}$ son suplementarios por ser adyacentes, entonces $\hat{\beta} = 128°$.
$\hat{\gamma} = \hat{\varphi}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\gamma} = 52°$.
$\hat{\delta} = \hat{\gamma}$ por ser correspondientes entre paralelas, entonces $\hat{\delta} = 52°$.
$\hat{\varepsilon} = \hat{\beta}$ por ser correspondientes entre paralelas, entonces $\hat{\varepsilon} = 128°$.
$\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ por ser alternos internos entre paralelas, entonces $\hat{\alpha} = 128°$.

7. **a.** Mal. Debe decir: $\hat{s}$.
b. Mal. Debe decir: 64°.
c. Mal. Debe decir: alternos externos y 64°.
d. Bien.

8. Es suficiente porque los cuatro ángulos tienen igual amplitud
$\rightarrow 4 \cdot \hat{\varphi} = 224°$ $\hat{\varphi} = 56°$
Por ejemplo: $\hat{\alpha}$ y $\hat{\varphi}$ son suplementarios por ser adyacentes, entonces $\hat{\alpha} = 124°$.
$\hat{\beta} = \hat{\varphi}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\beta} = 56°$.
$\hat{\gamma} = \hat{\alpha}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{\gamma} = 124°$.
$\hat{\delta} = \hat{\gamma}$ por ser alternos internos entre paralelas, entonces $\hat{\delta} = 124°$.
$\hat{\lambda} = \hat{\varphi}$ por ser alternos internos entre paralelas, entonces $\hat{\lambda} = 56°$.
$\hat{\varepsilon} = \hat{\gamma}$ por ser correspondientes entre paralelas, entonces $\hat{\varepsilon} = 124°$.
$\hat{\omega} = \hat{\varphi}$ por ser correspondientes entre paralelas, entonces $\hat{\omega} = 56°$.

9. Naranja: A Verde: C
Fucsia: G Celeste: D
Violeta: E Rosa: C
Amarillo: B Gris: F

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

10. **a.** Mal. No puede tener tres ángulos rectos.
b. Mal. El rectángulo isósceles siempre tiene los catetos iguales porque se oponen a ángulos de igual amplitud.
c. Mal. Los ángulos agudos son complementarios.

11. **a.** No, porque el lado de 10 cm no es menor que la suma de los otros dos.
b. Sí. Es escaleno.
c. No, porque el lado de 11 cm no es menor que la suma de los otros dos.

12. Una posibilidad es dos lados de 9 cm, y otra es un lado de 2 cm y otro de 16 cm.

13. **a.** Ángulo rosa: 36°
Ángulo azul: 108°
Ángulo violeta: 36°
Triángulo obtusángulo isósceles.
b. Ángulo azul: 33°
Ángulo naranja: 57°
Triángulo rectángulo escaleno.
c. Ángulo violeta: 88° 30′
Ángulo azul: 145° 30′
Ángulo naranja: 34° 30′
Triángulo acutángulo escaleno.
d. Ángulo azul: 141°
Ángulo violeta: 39°
Ángulo rojo: 25°
Triángulo obtusángulo escaleno.

14. **a.** Mal. Debe decir: acutángulo isósceles.
b. Mal. Debe decir: escaleno obtusángulo.
c. Mal. Debe decir: 135°.

15. **b.** $\hat{\delta} = \hat{\alpha} + \hat{\gamma}$ $\hat{\omega} = \hat{\beta} + \hat{\gamma}$
c. Conclusión: cada ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él.

A VER CÓMO VOY

16. 38° y 75°.

17. 166° y 48°.

18. Se completa con:
a. $\hat{5}$ **b.** $\hat{5}$ **c.** $\hat{9}$
d. $\hat{6}$

19. **a.** $\hat{\varepsilon} = 69°$ $\hat{\varphi} = 111°$
$\hat{\alpha} = 69°$ $\hat{\beta} = 111°$
$\hat{\gamma} = 69°$
b. Lo supera en 21°.
c. 111°

20. $\hat{x} = \hat{\alpha}$ por ser alternos internos entre paralelas, entonces $\hat{x} = 103°$.
$\hat{z} = \hat{\beta}$ por ser correspondientes entre paralelas, entonces $\hat{z} = 110°$.
$\hat{\omega}$ y $\hat{z}$ son suplementarios por ser adyacentes, entonces $\hat{\omega} = 70°$.

21. Cada lado mide 8,5 cm.

22. En el rectángulo isósceles, un ángulo de 90° y dos de 45°. En el equilátero, 60° cada uno.

23. Rectángulo escaleno.

24. **a.** No.
b. No. Puede medir más de 12,4 cm pero menos de 27 cm.

25. $\hat{\varepsilon} = 143°$

26. **b.** Isósceles.
c. Sobre la mediatriz.

27. Tiene razón Cari. El tanque podría estar ubicado en cualquier punto sobre la mediatriz del segmento que une ambas torres.

28. **a.** Las tres mediatrices se cortan en un punto.
b. Tiene razón. El punto representa el centro de la circunferencia que pasa por los tres vértices.

30. Se traza la bisectriz del ángulo dibujado y luego las bisectrices de los dos ángulos que quedan determinados.

31. Se puede dibujar un ángulo recto con una escuadra y luego trazarle su bisectriz.

32. El punto donde se cortan las bisectrices de los ángulos interiores del triángulo es el centro de la circunferencia verde.

33. $\overrightarrow{bz}$ representa la bisectriz del ángulo $a\hat{b}c$ y la recta bz es la mediatriz del segmento $\overline{ac}$.

34. No todos tienen la misma forma e igual tamaño.
a. Hay más de una posibilidad.
b. Hay más de una posibilidad.
c. Hay más de una posibilidad.
d. Única posibilidad.
e. Única posibilidad.
f. Única posibilidad.

36. Hay varias opciones. Pueden ser tres lados, dos lados y el ángulo que determinan, o un lado y los dos ángulos no opuestos a ese lado.

37. El primero con el último, el segundo con el tercero y el cuarto con el quinto.

38. **a.** No son suficientes. Agregaría la longitud del lado adyacente a esos ángulos.
b. Por ejemplo: dibujá un triángulo con un lado de 2 cm, otro de 3,5 cm y el ángulo comprendido de 65°.

39. **a.** ALA.
b. LLL y LAL.

40. LAL. LLL.

41. LLL.

42. **a.** Porque b está a igual distancia de los extremos del segmento. Es decir, está sobre la mediatriz.
b. Podés usar cualquiera de los tres criterios.

43. Sí.

44. Por ejemplo con LAL.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

A VER CÓMO VOY

45. Se traza la mediatriz del segmento y después las mediatrices de cada uno de los segmentos que quedaron determinados.

47. Un ángulo recto.

48. Se traza la mediatriz de cada uno de los lados del triángulo violeta. El punto donde se cortan las tres mediatrices es el centro de la circunferencia.

49. **a.** Imposible. Si tiene dos lados de igual longitud, se le oponen dos ángulos de igual amplitud.
b. Imposible. Con esas medidas de los ángulos, el tercero sería obtuso.
c. Posible.
d. Imposible. Con esas medidas de los ángulos, el tercero sería agudo.
e. Posible.

51. Son suficientes la pista 2 y la 5.

54. LLL.

REPASO TODO

55. La del complementario es 24° y la del suplementario, 114°.

56. No, sí.

57. **a.** Mal. Debe decir: a veces.
b. Mal. Debe decir: a veces.
c. Mal. Debe decir: a veces.
d. Mal. Debe decir: nunca.
e. Mal. Debe decir: a veces.

58. El ángulo rojo mide 92° por ser opuesto por el vértice a $\hat{\beta}$.
El ángulo azul y el naranja son adyacentes a $\hat{\beta}$, por lo tanto, miden 88°.

59. **a.** Tienen igual amplitud. Son alternos externos.
b. Correspondientes, correspondientes.
c. El ángulo $\hat{3}$.

60. $\hat{x} = 50°$.

61. Triángulo verde: 64°, 61° y 55°. Acutángulo escaleno.
Triángulo celeste: 64°, 61° y 55°. Acutángulo escaleno.

62. No se puede porque 6,5 cm > 3,2 cm + 3,2 cm, no cumple la propiedad triangular.

63. Medidas posibles, por ejemplo, 9 cm y 8,5 cm.
Medida imposible, por ejemplo, 12 cm.

64. Escaleno.

65. Triángulo violeta: 64° 30′, 87° 30′ y 28°.
Triángulo naranja: 64°, 58° y 58°.

67. Simón.

68. Isósceles rectángulo.

69. Triángulo mrb: $\hat{r} = 90°$, $\hat{b} = 22° 30'$ y $\hat{m} = 67° 30'$.
Triángulo cmb: $\hat{c} = 45°$, $\hat{b} = 22° 30'$ y $\hat{m} = 112° 30'$.

70. 69°

71. $\hat{o} = 27°$, $\hat{s} = 117°$ y $\hat{q} = 36°$.

72. **a.** Imposible. Con esos datos es acutángulo.
b. Imposible. 8 cm = 3 cm + 5 cm, no cumple la propiedad triangular.
c. Imposible. Con esos datos es obtusángulo.
d. Posible y es único.
e. Imposible. El triángulo equilátero tiene tres ángulos de 60°.
f. Posible y es único.

4 Lenguaje algebraico

ESTO YA LO SABÍA...

1. K < S < J < T

2. D, A, B, E, C.

3. $2 \cdot P < 50$ $3 \cdot P > 69$ Tiene 24 peluches.

MATEMUNDO

$d = 340 \cdot t$

4. $e \geq 18$

5. **a.** $n + 1$ **b.** $2 \cdot (n - 1)$ **c.** $2 \cdot n - 1$ **d.** $n + 1 - n$

6. $p \leq 10$ $c \leq 750$ kg

7. $L \leq 8$ m

8. $P - C \geq 615$ kg

9. 1.° $(n - 1) : 2$ 2.° $n - 8$ 3.° $n : 2 - 1$ 4.° $8 - n$ 5.° $2 \cdot n + 1$

10.

n	–1	2	–3	4	10
n + 5	4	7	2	9	15
5 · n	–5	10	–15	20	50
$n^2 + 1$	2	5	10	17	101
3 · n – 1	–4	5	–10	11	29

a. En la segunda fila.
b. $2 \cdot n$

11. 149,5 cm ≤ E ≤ 157,2 cm

12. **a.** $C = (F - 32) \cdot 5 : 9$
b. Hacía frío.
c. $K = M + M : 2 + M : 10$
d. 104 km/h

13. **a.** $6m$ **b.** $10ab$ **c.** $7c^5$ **d.** $11a^3b$ **e.** $-c^4p$ **f.** $-24a^4b^4$ **g.** $4m^6t^4$ **h.** $-2p^5$ **i.** $-5m$ **j.** $9m^{10}$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

14. **a.** $-7cm$ **b.** $12x^5$ **c.** $-18x^6$ **d.** 5

15. **a.** $2m^8$ **b.** $-23c^6$

A VER CÓMO VOY

16. $t < 10{,}25$ s

17. $n - n^3$
Se obtienen –6, –120, 0 y 0.

18. $7 \cdot n - 1$ $7 \cdot n + 1$

19. **a.** $c \leq (M - 75) : 57$ **b.** 25

20. $L \leq 28 \text{ cm} : 4$

21. **a.** $L = 2 \cdot l$ **b.** $P = 10 \cdot x$
c. $P = 45$

22. $d = 14$ mm $d = 21$ mm

23. **a.** $-1{,}5mt$ **b.** $2x^3c$ **c.** $-3a^5b^4$
d. a^2b^6 **e.** $4p^8$

24. **a.** Izquierda: 2x y x.
Derecha: 3x y x.
b. $A = \frac{7}{2}x^2$
c. Con x = 2 es 4, 6 y 14. Con x = 3 es 6, 9 y 31,5.

25. **a.** $10m^3 - 35m^2$ **c.** $4x^2 - 32x^4$
b. $-6p^2 + 18p$ **d.** $-4m^2p^3 + 6$

26. **a.** $6m^2 - 20m + 6$ **c.** $-p + 6p^2 - 5p^3$
b. $-3x^2 + mx^2 - 12m + 4m^2$ **d.** $-n^2 + 4n + 12$

27. **a.** $mp + p^2 + pq$ **b.** $bx + ab + a^2 + ax$

28. **a.** $7 \cdot (3m + 2)$ **d.** $12p^3 \cdot (3p^2 + 5 - 4p)$
b. $5x \cdot (3x^2 - 2)$ **e.** $8mb^2 \cdot (-2b^2 + 3m^2)$
c. $4c^3 \cdot (8c + 7)$ **f.** $9c^3 \cdot (3c^5 - 2c^2 + 4)$

29. $(a + 3)^2 = a^2 + 6a + 9$

30. **a.** $9a^2 + 30a + 25$ **e.** $36c^2 - 12c + 1$
b. $4x^2 - 28x + 49$ **f.** $1 - 10m + 25m^2$
c. $m^2 + 16m + 64$ **g.** $h^2 + 14hj + 49j^2$
d. $p^2 + 18p + 81$ **h.** $16 + 8x^3 + x^6$

31. **a.** $x = -9$ **c.** $x = 6$ **e.** $x = -\frac{8}{3}$
b. $x = -3$ **d.** $x = -1$ **f.** $x = 12$

32. **a.** $x = 2$ **c.** $x = \frac{2}{3}$
b. $x = 6$ **d.** $x = 0$

33. **a.** $x = -4$ **c.** $x = 0$ **e.** $x = 10$
b. $x = \frac{19}{9}$ **d.** $x = 6$ **f.** $x = 7$

34. No tiene solución, pues es absurdo que $2 = -5$.

35. 10. Se llega al absurdo de que $-3 = -80$.

36. **a.** $2x + 2 \cdot (x + 3) = 68$; los lados miden 15,5 cm y 18,5 cm.
b. $2x + x = 60$; el hijo tiene 20 años y el padre, 40.
c. $x + 3 \cdot (x + 1) = (2 \cdot 38) : 4$; la cifra es 4.
d. $(x + x + 2 + x + 4) : 3 = 7$; las notas son 5, 7 y 9.
e. $x : 2 + x + x = 180$; miden 72° y 36°.
f. $2x = 3 \cdot (x - 18) + 16$; miden 38°.

A VER CÓMO VOY

37. **a.** $4a^2 + 4a$ **d.** $2x^2 - x$
b. $-8pc^3 - 4p^2c^2$ **e.** $2q^3 - 3p^3$
c. $r^2t^2 - 2rt^3$ **f.** $\frac{1}{7}m^2$

38. **a.** $m^2 - 7m + 10$ **e.** $0{,}5x^2 + 1{,}5xy + y^2$
b. $9 - c^2$ **f.** $-2 + 9c$
c. $-x^2 + 4x + 5$ **g.** $0{,}5x^2 + 0{,}5mx - m^2$
d. $r^2 - 36p^2$ **h.** $7p - 4p^2$

39. Sí: $(x - 0{,}5) \cdot x + (x - 0{,}5) \cdot 3 = (x - 0{,}5) \cdot (x + 3)$

40. **a.** $17m \cdot (2 + m)$ **d.** $\frac{1}{8}m^3 + (3m + 5m^2 - 1)$
b. $-25h^2 \cdot (3hp^2 + 4)$ **e.** $3{,}5ct \cdot (t^3 + 2)$
c. $a^3 \cdot (a^2 - a - 1)$ **f.** $4{,}5b^5 \cdot (-2xb + 1)$

41. **a.** $2hm + m^2 + 2h \cdot (2h + m)$ **b.** $72 + 7 \cdot 3c + 3c \cdot (7 + 3c)$

42. $(3m^2 - 7)^2 = 9m^4 - 42m^2 + 49$

43. **a.** $0{,}25a^2 - ab + b^2$ **b.** $16h^2 + 8hm + m^2$

44. **a.** $x = -6$ **c.** $x = 10$ **e.** $x = -\frac{4}{3}$ **g.** $x = -7$
b. $x = \frac{8}{3}$ **d.** $x = 1$ **f.** $x = \frac{3}{4}$ **h.** $x = -5$

45. **a.** $x = -1$ **c.** $x = -\frac{4}{5}$ **e.** $x = -1$ **g.** $x = 0{,}5$
b. $x = 0{,}5$ **d.** $x = 0{,}5$ **f.** $x = -\frac{1}{17}$

46. **a.** I) y III)
b. Verde: 6 cm × 14 cm. Anaranjado: 6 cm × 10 cm.
c. El perímetro de ese rectángulo "grande".

REPASO TODO

47. **a.** $P = 12x$; $A = 7x^2$. **b.** $P = 30$ **c.** $A = 15{,}75$

48. **a.** $P = 10x$; $A = 4x^2$.
b. $P = 35$ cm; $A = 49$ cm^2.
c. $P = 32$ cm; $A = 40{,}96$ cm^2.

49. **a.** $2n + 1$ **b.** $3n - 1$

50. **a.** $P = 22x$ **b.** $A = 21x^2$ **c.** $P = 11$; $A = 5{,}25$.

51. **a.** $5ab$ **b.** $-4m^3$ **c.** $2x^2$ **d.** $14m^{12}$

52. **a.** 2 **c.** $4c^3m^6$ **e.** $7x - 8x^2y + 9y^2$
b. $-2x$ **d.** $2 - 3m^2$ **f.** $2c^4x$

53. **a.** Sí. **b.** $9m^{16}$ **c.** $4m^{12}a^6$

54. **a.** $13hy \cdot (2y^2 - 3h^3y + 1)$ **c.** $5{,}5m \cdot (x - 4m^4y - 3m^2w)$
b. $-9c \cdot (5dm + 4c^4m - 6c^2d^2)$ **d.** $-5{,}5x^3 \cdot (1 - 4x^2 - 3hx)$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

55. **a.** $m^2 - 3hm + 2{,}25h^2$

b. $1 - 8x + 16x^2$

c. $\frac{4}{9} - \frac{4}{3}a + a^2$

d. $\frac{1}{25}m^2 + \frac{6}{25}m + \frac{9}{25}$

e. $\frac{9}{4}a^2 + \frac{3}{2}ab + \frac{1}{4}b^2$

56. **a.** $(0{,}5 \cdot h + 8)^2 = 0{,}25 \cdot h^2 + 8h + 64$

b. $(8 - 5m)^2 = 64 - 80m + 25m^2$

c. $(-8 - 5m)^2 = 64 + 80m + 25m^2$

d. $\left(\frac{1}{2} \cdot x + 1\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot x^2 + x + 1$

57. **a.** $x = -1$ **b.** $x = 1$ **c.** $x = -1$ **d.** $x = 0$ **e.** $x = -1$ **f.** $x = 2$ **g.** $x = -1$ **h.** $x = 0$

58. **a.** Verificando la supuesta solución en la ecuación original.

b. Juan: en el 2.° renglón transcribe "2x" en vez de "–2x".
Clara: en el 4.° renglón suma 2 en vez de dividir por –2.

c. $x = -2$

59. **a.** $x = 5$ **b.** $x = -4$ **c.** $x = 6$ **d.** $x = 0{,}5$

60. 2

61. **a.** $2 \cdot (5x + 10) + 2 \cdot (36 - x) = 140$ **b.** $x = 6$; 40 m y 30 m.

62. Caso 1: $2x + 30° = 6x - 10°$ (por ser opuestos por el vértice).
$x = 10$ $\hat{\alpha} = \hat{\gamma} = 50°$ $\hat{\beta} = \hat{\delta} = 130°$

Caso 2: $(2x + 30°) + (6x - 10°) = 180°$ (por ser adyacentes).
$x = 20$ $\hat{\alpha} = \hat{\gamma} = 70°$ $\hat{\beta} = \hat{\delta} = 110°$

63. $x - \frac{3}{5} \cdot x = 4$ Ana: 10 años; Marcos: 6 años.

64. 34 m, 34 m y 10 m.

5 Gráficos y funciones

ESTO YA LO SABÍA...

1. **e.** Debe responder "agua" solo si el cuadradito está libre.

2.
a = (5; 2)
b = (–5; 2)
c = (5; –2)
d = (–5; –2)
e = (0; 3)
f = (0; –4)
g = (5; 0)
h = (–4; 0)

3. **a.** 0 **b.** y

5. El punto **a** en el I; **b** en el IV; **c** en el II y **d** en el III.

6. **a.** De 500 kWh, a las 9 de la mañana.

b. En aumento, entre las 6 h y las 9 h, y entre las 13 h y las 15 h. En descenso, entre las 9 h y las 12 h, y entre las 17 h y las 19 h.

c. El consumo fue constante, de 300 kWh.

d. Entre las 0 h y las 6 h, y entre las 19 h y las 24 h. En esos lapsos, las maquinarias del taller no funcionan, están apagadas.

7. **a.** 600 m.

b. Entre los 3 min y los 5 min; el gráfico en ese lapso es un tramo paralelo al eje de las abscisas.

c. 11 min – 4 min = 7 min menos.

d. Habría sido un segmento con extremos en (0; 0) y (9; 600).

8. **a.** f(0) = 0 f(6) = 0 f(12,5) = 50 f(13) = 50
f(15) = 300 f(17) = 300 f(19) = 0 f(23) = 0

b. 9

c. Dominio de **f**: desde 0 hasta 24.
Imagen de **f**: desde 0 hasta 500.

9. **a.**

–1	0	1	2	3	4
1	0	1	4	9	16

b. $y = x^2$

c. f(–7) = 49 f(–0,5) = 0,25 f(10) = 100
f(8) = 64 o f (–8) = 64

10. Debe tener puntos pertenecientes a una recta paralela al eje y.

11. **a.**

10	20	30	40	50
40	60	80	100	120

b. Sí, porque para cada valor de la altura (variable independiente) hay un único valor del perímetro (variable dependiente).

c. $y = 2x + 20$

d. $2 \cdot 80$ cm + 20 cm = 180 cm

e. 2x + 20 cm = 400 cm→ x = 190 cm

12. En la última fila se muestra un ejemplo en cada caso.

2	3	–6	–1	9
5	–4	1	–8	0
y = 2x + 5	y = 3x – 4	y = –6x + 1	y = –x – 8	y = 9x
(1; 7)	(1; –1)	(1; –5)	(1; –9)	(1; 9)

13. **a.** Porque las tres cortan el eje **y** en el mismo valor, que es 1.

b. El de f contiene el punto (2; 2); el de g, el punto (2; 1), y el de h, el punto (2; 0).

15. **a.** Se muestran ejemplos.

x	y = f(x)
1	2
–2	–4

x	y = g(x)
1	1
–2	10

b. f es creciente; g es decreciente.

c. No, bastaba con observar el signo de la pendiente.

d. Se cortan en el primer cuadrante. Para que no se corten nunca, las pendientes deberían haber sido iguales. Por ejemplo, f(x) = 2x y g(x) = 2x + 4, o bien, f(x) –3x y g(x) = –3x + 4.

A VER CÓMO VOY

16. (2; 0), (1; 2), (–1; 2), (–2; 0), (–2; –1) y (1, –2).

17. Por ejemplo, (3; 0), (0; 3), (–3; 0) y (0; –3).

18. **a.** El valor máximo es 5, para x = 6.

b. El valor mínimo es 1, para x = 4.

20. Sí, representa una función, porque para cada instante hay una única temperatura. La temperatura fue mayor o igual que –2 °C y menor o igual que 10 °C.

21. **a.** El gráfico contiene los puntos (0; 0), (1; 1), (4; 2), (9; 3), (16; 4) y (25; 5).

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

b. Sí, Joaquín tiene razón.
c. Porque a cada valor de x le corresponde un único valor de y.
d. No, no pertenece al dominio ni a la imagen, ya que no existen raíces cuadradas de números negativos en los conjuntos numéricos que conocen, y las raíces nunca toman valores negativos.

22. **a.** Pendiente: 0,5 Ordenada al origen: 0
b. Pendiente: 0 Ordenada al origen: –2
c. Pendiente: 4 Ordenada al origen: –3
d. Pendiente: –1 Ordenada al origen: 5
e. Pendiente: 0,2 Ordenada al origen: 0,6
f. Pendiente: –20 Ordenada al origen: 4

23. **a.** $y = -\frac{3}{4}x - 3$ corresponde a la recta verde.
$y = -\frac{2}{3}x + 2$ corresponde a la recta azul.
$y = \frac{1}{2}x + 2$ corresponde a la recta roja.
$y = x - 3$ corresponde a la recta anaranjada.
b. No, porque las pendientes de las rectas son todas diferentes.

24. **a.**

0	1	2	5	10
0	100	200	500	1.000

b. Porque, excluyendo el par (0; 0), los cocientes entre los valores de los ingresos y los de las horas trabajadas que se corresponden son todos iguales (en este caso, son todos iguales a 100).
c. $y = 100x$
d. $3.800; 152 horas.

25. $f(x) = 0{,}25x$ $h(x) = -0{,}25x$ $k(x) = 4x$

26. Su gráfico no es una recta; los cocientes $\frac{y}{x}$ para x distinto de 0 no son iguales.

27. $y = \frac{8}{x}$; constante 8. $y = -\frac{8}{x}$; constante –8.

28. **a.**

1	2	4	5	10
10	5	2,5	2	1

b. La constante es 10. La fórmula de esa función es $y = \frac{10}{x}$.
c. Media hora; 8 bocas.

29. **b.** Porque el tiempo de llenado no puede tomar valores negativos, y la cantidad de bocas, tampoco.

30. **a.**

–8	0,5
–4	1
–2	2
–1	4
8	–0,5
4	–1
2	–2
1	–4

La fórmula que corresponde al gráfico es la de h.

b. Todos los números excepto el 0.
c. Se aproxima a 0.
d. Se obtienen valores muy grandes en valor absoluto.
e. Todos los números excepto el 0.

31. Está equivocado porque al multiplicar las coordenadas del punto, se obtiene la constante de proporcionalidad inversa y, por lo tanto, la fórmula de la función.

A ver cómo voy

32. La tercera y la quinta.

33. **a.** $y = -3x$; $y = \frac{x}{4}$; $x = \frac{y}{2}$; $y + 6 = 2 \cdot (4x + 3)$.
b. –3; 0,25; 2 y 8, respectivamente.

34. Solo hay proporcionalidad directa en el caso de los fideos; una fórmula podría ser $y = 12x$, donde x representa la cantidad de paquetes que se compran, e y, el precio a pagar en pesos.

35. **a.** Para la tercera tabla: $y = -5x$.
A x = 10 le corresponde y = –50.
Para la quinta tabla: $y = 0{,}2x$.
A x = 10 le corresponde y = 2.
b. Hay proporcionalidad inversa en la cuarta tabla y en la sexta.
Para la cuarta tabla: $y = \frac{1}{5x}$.
A x = 20 le corresponde y = 0,01.
Para la sexta tabla: $y = \frac{5}{x}$.
A x = 20 le corresponde y = 0,25.

36. **a.** No representa una función de proporcionalidad inversa, ya que $-4 \cdot 2 \neq 4 \cdot 2$.
b. En esos casos, sí representaría una función de proporcionalidad inversa.
c. Si se tomara como dominio los valores de x positivos, la constante sería 8. Si se tomara como dominio los valores de x negativos, la constante sería –8.

37. **a.**

Capacidad (L)	0,2	0,25	1	2	10	20
Viajes	2.500	2.000	500	250	50	25

b. $y = \frac{500}{x}$
c. El gráfico son puntos de una hipérbola en el primer cuadrante. No tiene sentido unir los puntos, porque las cantidades de viajes son números enteros.

Repaso todo

38. **a.** a' = (–1; 2) b' = (–4; 3) c' = (–5; 1)
El triángulo a'b'c' es simétrico del **abc** con respecto al eje **y**.
b. a' = (1; –2) b' = (4; –3) c' = (5; –1)
El triángulo a'b'c' es simétrico del **abc** con respecto al eje x.
c. a' = (–1; –2) b' = (–4; –3) c' = (–5; –1)
El triángulo a'b'c' es simétrico del **abc** con respecto al origen de coordenadas.

39. El triángulo puede tener sus vértices en (0; 0), (4; 0) y (0; –3) o bien en (0; 0), (3; 0) y (0; –4).

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

40. **a.** Sí, ambos pertenecen.
b. Por ejemplo, (100; 101).

41. **a.**

x	y
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10

b. No es una función, ya que hay valores de **x** con más de una imagen.

c.

x	y
1	1
2	2
3	2
4	3
5	2
6	4
7	2
8	4
9	3
10	4

d. Sí, porque a cada valor de **x** le corresponde un solo valor de **y**.

43. **a.** La imagen de 5 es 7. f(–2) = 4
b. –1 y 1.
c. No; sí.
d. 2 es la imagen de 0.

44. A que el gráfico corta el eje **y** en –1 (es la ordenada al origen).

45. La función f corresponde a la recta violeta; la función g, a la celeste; la h, a la anaranjada; la j, a la verde; la k, a la azul, y la p, a la roja.

46. **a.** La que corresponde a la empresa Beme es la que pasa por el origen de coordenadas.
b. La que corresponde a la empresa Beme.
c. A los 200 km, pues allí ambas cobran $4.000.
d. Para recorrer menos de 200 km. En esos valores, la recta está por debajo de la que representa a Auti.

47. **a.** Una tabla posible:

Días	1	2	3	4	5
Ahorrado ($)	10	20	30	40	50

b. Hay proporcionalidad directa.
Una fórmula posible: y = 10x.

c. Son puntos del primer cuadrante pertenecientes a la recta que pasa por (0; 0) y (1; 10). No tiene sentido unir los puntos, ya que la variable independiente toma solo valores enteros.

48. **a.**

10	20	40	50	100
10	5	2,5	2	1

b. Inversa.
c. $y = \frac{100}{x}$, donde **x** representa la velocidad en km/h e **y**, el tiempo en horas.
d. Son puntos del primer cuadrante pertenecientes a una rama de la hipérbola que contiene los puntos (10; 10), (20; 5), (40; 2,5), (50; 2) y (100; 1). Tiene sentido unir los puntos, ya que la velocidad y el tiempo pueden tomar cualquier valor no negativo.

49. Sí, es verdad, ya que la constante de proporcionalidad inversa es el producto entre cada abscisa y su ordenada: $k = x \cdot y$.

50. **a.** $k = 12$ $y = \frac{12}{x}$
b. El punto (120; 40) no pertenece, ya que $120 \cdot 40 \neq 12$.
El punto (0,1; 120) sí pertenece, ya que $0{,}1 \cdot 120 = 12$.

6 Cuadriláteros. Cuerpos geométricos

ESTO YA LO SABÍA...

1. **a.** Se pinta de azul y se rodea con gris.
b. Se rodea con rojo.
d. Se rodea con gris.
e. Se rodea con gris.
f. Se pinta de azul y se rodea con gris.
h. Se pinta de verde y se rodea con rojo.

MATEMUNDO

Se marca con rojo la diagonal principal.
Sí, es cierto.

2. En el primer renglón: trapecio isósceles (C), rombo (A, D), rectángulo (A) y trapezoide común.
En el segundo renglón: romboide (B), paralelogramo (A), cuadrado (A, D) y trapecio rectángulo.

3. **a.** Violeta: 65°.
Azul: 122°.
Rojo: 136°.
b. Naranja: 74°.
Rojo: 127°.
c. Rojo: 78°.
Amarillo: 75°.
Azul: 54°.
d. Rojo: 127°.
Violeta: 87°.
Amarillo: 59°.
Azul: 87°.

4. $\hat{a} = 74°$ $\hat{b} = 111°$
$\hat{c} = 91°$ $\hat{d} = 84°$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

5. $\hat{r} = 66°$

6. Tiene razón la chica. El primero está equivocado porque los ángulos interiores del cuadrilátero no suman 360°.

7. **a.** $\hat{a} = 106°$ $\hat{b} = 63°$
$\hat{c} = 99°$ $\hat{d} = 92°$
b. $\hat{a} = 136°$ $\hat{b} = 34°$
$\hat{d} = 109°$ $\hat{e} = 81°$

8. **a.** Mal. Por ejemplo: un cuadrilátero puede tener, por ejemplo, 3 ángulos de 80°.
b. Mal. Un cuadrilátero nunca puede tener los cuatro ángulos agudos.
c. Bien.

9. $\hat{a} = 68°$ $\hat{b} = 124°$
$\hat{c} = 56°$ $\hat{d} = 112°$

10. Paralelogramo verde: dos lados de 28 cm y otros dos de 32 cm.
Paralelogramo azul: dos lados de 19 cm y otros dos de 57 cm.

11. Dos ángulos de 82° y dos de 98°.

12. $\overline{ad} = \overline{bc}$ por ser lados opuestos del paralelogramo abcd.
$\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ por ser alternos internos entre ad // bc.
$\hat{\varepsilon} = \hat{\varphi}$ por ser alternos internos entre ad // bc.
Por el criterio ALA, el triángulo verde y el amarillo son congruentes, por lo tanto $\overline{am} = \overline{mc}$ y $\overline{dm} = \overline{mb}$.

13. Paralelogramo abcd: $\overline{ab} = \overline{cd} = 46$ cm
$\overline{bc} = \overline{ad} = 46$ cm
$\hat{a} = \hat{c} = 43°$
$\hat{b} = \hat{d} = 137°$
Rombo

14. Paralelogramo mnpq: $\overline{mn} = \overline{pq} = 8{,}2$ cm
$\overline{np} = \overline{mq} = 15{,}4$ cm
$m = \hat{n} = \hat{p} = \hat{q} = 90°$
Rectángulo

15. Paralelogramo rstu: $\overline{rs} = \overline{ru} = \overline{ut} = \overline{ts} = 28{,}5$ cm
$\hat{r} = \hat{s} = \hat{u} = \hat{t} = 90°$
Cuadrado

16. Cada ángulo interior mide 90°. Un cuadrado.

17. $\overline{ab}$ es lado común a ambos triángulos.
$\overline{ad} = \overline{cb}$ por ser lados opuestos del rectángulo abcd.
$\hat{a} = \hat{b} = 90°$
Por el criterio LAL, el triángulo abc y el bad son congruentes, por lo tanto $\overline{ac} = \overline{db}$.

18. **a.** Los ángulos violetas miden 113° cada uno.
b. Ángulo verde: 119°.
Ángulo violeta: 119°.
Ángulo celeste: 15°.
Ángulo rojo: 46°.
c. Ángulo verde: 90°.
Ángulo rojo: 119°.
Ángulo celeste: 119°.

19. **a.** Dos lados de 10,85 cm y otros dos de 19,25 cm.
b. Dos lados de 11,3 cm y otros dos de 16,95 cm.

20. $\hat{a} = 128°$ $\hat{b} = 44°$
$\hat{c} = 128°$ $\hat{d} = 60°$

21. Base menor: 15 cm.
Base mayor: 18 cm.

22. **a.** Base menor: 22 cm.
Base mayor: 32 cm.
Base media: 27 cm.
b. Base menor: 11 cm.
Base mayor: 44 cm.

23. Es un trapecio isósceles. Dos de sus ángulos interiores miden 128° y los otros dos, 52°.

A VER CÓMO VOY

25. No dibujó ni un trapecio ni un paralelogramo porque no tiene pares de ángulos suplementarios.

26. $\hat{m} = 116°$ $\hat{p} = 84°$
$\hat{n} = 102°$ $\hat{q} = 58°$

28. Luna, porque la suma de los ángulos interiores del rombo que nombra no da 360°.

29. **a.** Falso. Puede ser un rombo.
b. Falso. Ambas diagonales están en las bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.

30. Sí, es verdad. Los segmentos que quedan determinados al cortarse las dos diagonales son congruentes porque las diagonales del rectángulo lo son y se cortan en su punto medio.

31. Perímetro: 18,6 cm.

32. **a.** $\hat{d} = \hat{g} = 118°$
$\hat{e} = \hat{f} = 62°$
b. $\hat{h} = 100°$
$\hat{p} = \hat{m} = 115°$
$\hat{q} = 30°$
c. $\hat{p} = \hat{s} = 126°$
$\hat{q} = \hat{r} = 54°$

33. Es un trapecio isósceles. De los tres ángulos restantes, uno mide 70° y los otros dos, 110°.

34. Lados no paralelos: 22,5 cm.

35. Se completa con:
Pirámide cuadrangular: 5.
Prisma pentagonal: 10, rectángulos.
Prisma triangular: 6, 9, rectángulos.
Pirámide octogonal: 9, 16.

36. Se completa con:
a. Doble. **b.** Triple. **c.** Doble.

37. No, porque el número de vértices es el doble del número de vértices de su base, por lo tanto es par.

38. **a.** Caras: 7 Vértices: 10 Aristas: 15
b. En el cuerpo A: triángulo isósceles.
En el cuerpo B: trapecio isósceles.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

39. Triángulos equiláteros.

40. Debe elegir el c. Los otros modelos no sirven porque los triángulos deben ser equiláteros.

41. **a.** 20 **b.** 30

42. **a.** Prisma triangular. **b.** Pirámide hexagonal.
c. Cono. **d.** Cubo.
e. Dodecaedro. **f.** Tetraedro.
g. Prisma pentagonal. **h.** Cilindro.

43. Rectángulo.

44. Círculo.

45. Triángulo isósceles.

A ver cómo voy

46. El prisma decagonal tiene 20 vértices, 12 caras y 30 aristas. La pirámide decagonal tiene 11 vértices, 20 aristas y 11 caras.

47. Eneágono, hexágono.

48. 18 vértices.

49. De arriba hacia abajo: pirámide, prisma, pirámide, pirámide, prisma.

50. Puede ser una pirámide dodecagonal y tiene 24 aristas. No puede ser un prisma porque el número de vértices siempre es par.

51. Con la primera plantilla se arma una pirámide pentagonal que tiene 10 aristas y 6 vértices. Con la segunda, un prisma octogonal que tiene 16 vértices y 24 aristas.

52. Tetraedro → 4 + 4 = 6 + 2
Hexaedro → 6 + 8 = 12 + 2
Octaedro → 8 + 6 = 12 + 2

53. Octaedro.

54. La primera plantilla de la segunda fila, porque le falta una cara lateral.

55. **a.** Tiene 6 caras, 9 aristas y 5 vértices.
b. Sí, porque 6 + 5 = 9 + 2
c. No, porque en los vértices no concurren la misma cantidad de aristas.

56. **a.** 6 + 8 = 12 + 2
b. Trapecio isósceles.

57. Rectángulo, prisma triangular.
58. Cuadrado.

Repaso todo

59. **a.** No. **b.** No.
c. Sí. **d.** Sí.
e. No.

60. Dos ángulos de 66° y otros dos de 114°.

61. Dos lados de 96 cm y dos de 75 cm.

62. Tiene razón Dami porque la diagonal con los lados forma un triángulo, y con estos datos no cumple la propiedad triangular.

65. Rombo o cuadrado.

66. Dos lados de 27,2 cm y dos de 32, 5 cm.

67. $\hat{a} = \hat{c} = 144°$
$\hat{b} = 48°$
$\hat{d} = 24°$

68. No es posible porque los ángulos que miden 100° y 72° no son suplementarios.

69. $\hat{a} = \hat{d} = 55° 30´$
$\hat{b} = \hat{c} = 124° 30´$

70. No.

72. Base menor: 4,6 cm.
Base mayor: 9,2 cm.

73. **a.** Dos ángulos de 46° y otros dos de 134°.
b. Dos ángulos de 60° y otros dos de 120°.

74. Base menor: 38 cm.
Base mayor: 54 cm.

75. 55°

76. **a.** Tiene 14 caras, 36 aristas y 24 vértices.
b. Tiene 10 caras, 18 aristas y 10 vértices.

77. Es el prisma heptagonal. Tiene 9 caras y 14 vértices.

78. **a.** No, porque el total de aristas de un prisma es un múltiplo de 3.
b. No, porque el número total de vértices de un prisma es par.
c. No, porque el total de aristas de una pirámide siempre es par.

79. **a.** Base decagonal.
b. Base endecagonal (11 lados) y tiene 12 vértices.

80. **a.** Mal. Debe decir: siempre.
b. Mal. Debe decir: nunca.
c. Mal. Debe decir: a veces.
d. Bien.
e. Mal. Debe decir: a veces.
f. Mal. Debe decir: a veces.

81. Es un octaedro y tiene 12 aristas.

82. Con la **b.** se arma un octaedro y con la **c.**, un icosaedro.

83. **a.** Cilindro.
b. Cono.

84. **a.** Sí.
b. Trapecio isósceles.
85. Por la cúspide.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

7 Perímetros y áreas. Teorema de Pitágoras. Volúmenes

ESTO YA LO SABÍA...

1. **a.** Más, porque mide 1,016 m.
b. 12,7 cm

MATEMUNDO

Unos 485 m.
Sí, ya que se necesitan 19.600.
130,766 m

2.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,1845	1,845	18,45	184,5	1.845	18.450	184.500

3. Paralelogramo: 16 cm. Trapecio: 172 cm.

4. Perímetro de la cruz roja: 14 m = 1,4 dam
Área de la cruz roja: 8 m^2 = 800 dm^2
Área de la zona verde: 14 m^2 = 0,14 dam^2
Pintarán 8 · 7 m^2 – 8 m^2 – 14 m^2 = 34 m^2 de amarillo.

5. Amarillo = Azul = 0,375 m^2
Verde = Anaranjado = 600 m^2
Paralelogramo: 7.500 cm^2
Rectángulo: 12 dam^2

6. 120 cm^2 2.473,2 m^2

7. Sí; el lado mide el doble que la apotema.
Área = 0,5 · (4 · lado) · (lado · 0,5) = $lado^2$

8. **a.** 15 m **c.** 26 m
b. 8 m **d.** 48 m

9. Perímetro: 102 cm Área: 408 cm^2

10. 60 m^2

11. Hay que tachar [1; 2; 3], [3; 9; 15], [4; 12; 16] y [2; 3; 6].
Hay que rodear [6; 8; 10], [0,75; 1; 1,25], [16; 30; 34], [18; 24; 30] y [50; 120; 130].

12. Ahorra unos 50 m.

13. **a.** 60°
b. Es un hexágono formado por seis triángulos equiláteros congruentes.
c. 2 cm
d. Sí, porque todos sus lados miden lo mismo y todos sus ángulos interiores, también.
e. La altura mide 1,73 cm. Coincide con la apotema del polígono. El área del hexágono es de 10,38 cm^2.

14. Aproximadamente 3,18 m.

15. $hip^2 = 2 \cdot (cat_1)^2$

A VER CÓMO VOY

16. 64 cm

17. **a.** Por ejemplo:
Trapecio: 2,25 m Trapezoide: 236,5 m
b. Trapecio: 225 cm = 0,0225 hm
Trapezoide: 23.650 cm = 2,365 hm
c. En la que es un centésimo de la elegida, ya que cuanto menor es la unidad de longitud, mayor es la medida (entra más veces).

18. Verde: 2 m^2. Azul: 1,5 m^2. Rojo: 10 m^2. Amarillo: 23,5 m^2.

19. 220 cm

20. **a.** Diez. Es un decágono regular.
b. 8.122,5 mm^2

21. **a.** 24 cm **b.** 3,464 cm
c. 41,57 cm^2

22. 21,21 m y 33,54 m.

23. 410 mm

24. Tiene dos lados de 60 m y dos de 11 m.

25. Perímetro: 9,14 cm Área: 2,43 cm^2

26. **a.** Área azul: 200,96 m^2 Área verde: 55,04 m^2
Contorno azul: 114,24 m Contorno verde: 50,24 m
b. Área azul: 200,96 m^2 Área verde: 55,04 m^2
Contorno azul: 82,24 m Contorno verde: 82,24 m
c. Área azul: 200,96 m^2 Área verde: 55,04 m^2
Contorno azul: 114,24 m Contorno verde: 82,24 m

27. Longitud de la espiral: 65,94 cm
Área roja oscura: 1,57 cm^2
Área roja clara: 29,83 cm^2
Área rosada: 127,17 cm^2

28. **a.** 42,65 cm **b.** 102,57 cm^2

29. Área: 24,335 cm^2 Perímetro: 22,747 cm

30. **a.** 357 cm^2 **b.** 102,8 cm

31. Cartón: 290 cm^2 Aluminio: 311,25 cm^2

32. Cartón: 264 cm^2 Barquillo: 113,04 cm^2

33.

Cubo:	A = 12 cm	L = 12 cm	V = 1,728 dm^3
Pirámide:	A = 12 cm	L = 12 cm	V = 0,576 dm^3
Cilindro:	A = 12 cm	R = 6 cm	V = 1,356 dm^3
Cono:	A = 12 cm	R = 6 cm	V = 0,452 dm^3

34. **a.** 113,04 cm^3
b. No, pues quedaría más de la mitad (98,91 cm^3).

35. Tendría que haber multiplicado por la altura en vez de la apotema. El volumen verdadero es 512 cm^3.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

36. 354 ml = 354 cm^3 = 354 g
2.250 g = 2.250 cm^3 = 2,25 L
200 cm^3 = 0,2 L = 0,2 kg
0,75 L = 0,75 dm^3 = 750 g
1.100 dm^3 = 1,1 kl = 1,1 t

37. **a.** 512.000 cm^3 **b.** 474.552 cm^3 **c.** 37.448 cm^3

38. 1,5 m

39. Sí, porque la capacidad del vaso es de 351,68 ml.

40. Hay que usar la barra de hierro.

41. No es de plomo, porque δ_{cubo} = 1,134 t/m^3.

42. **a.** 157 cm^3 **b.** δ_{piedra} = (314 g) : (157 cm^3) = 2 g/cm^3

43. 400 ml

A VER CÓMO VOY

44. Celeste: 3,925 cm^2
Blanco: 2,355 cm^2
Amarillo: 0,785 cm^2

45. No, porque 15 vueltas serían más de 94 cm de hilo.

46. Verde: A = 4,9455 cm^2 L = 9,594 cm
Azul: A = 1,413 cm^2 L = 4,884 cm
Rojo: A = 0,7065 cm^2 L = 3,942 cm

47. 18,84 cm

48. Prisma: AT = 352 dm^2 V = 384 dm^3
Pirámide: AT = 800 m^2 V = 1.280 m^3
Cilindro: AT = 150,72 cm^2 V = 125,6 cm^3
Cono: AT = 703,36 mm^2 V = 1.230,88 mm^3

49. No, su volumen es 8 veces el de la pelota chica.

50. **a.** En la 1.ª **b.** 1,5 m^3 **c.** 1,54 t

51. 682,67 cm^3

52. Ambos tienen el mismo volumen.

53. 4 conos

54. La sustancia B.

55. Una posibilidad es pesar la botella. Si pesa 1 kg se trata de agua (250 g de la botella más 750 g de agua). Si pesa menos, es alcohol.

REPASO TODO

56. 19,09 m

57. **a.** 100,8 m^2 **b.** 15 litros

58. El área amarilla del rectángulo izquierdo es igual a la del rectángulo derecho, ya que cada una representa la mitad de su rectángulo.

59. **a.** 10 ha con el cultivo oscuro y 6 ha con el claro.
b. 482,84 m.

60. **a.** Ambos tienen la misma área.
b. No tienen igual perímetro pues, a diferencia del rombo, en el contorno del paralelogramo aparece el lado distinto de cada triángulo. Dependerá de cómo sea ese lado diferente para saber si el perímetro del paralelogramo es mayor o menor que el del rombo.

61. **a.** Celeste: 5 Anaranjado: 10 Verde: 15
b. Que tiene hipotenusa **5x**.

62. Perímetro: 32 cm Área: 36 cm^2

63. 33,9 dm

64. Perímetro: 20 cm Área: 15,56 cm^2

65. **a.** 18,84 m **b.** 414,48 m^2

66. **a.** La que tiene dos cuadrados y dos círculos.
b. La que tiene dos cuadrados y un círculo.

67. **a.** Con su altura paralela al lado de 63 cm.
b. Sí.

68. **a.** 13.312 cm^3
b. 64 cm
c. No, porque 1.664 no es el cubo de un número entero.

69. 3 pirámides.

70. Esfera: δ = 468,74 g/cm^3
Prisma: M = 9 g
Cono: V = 200 cm^3

71. 0,197 kg

72. **a.** 172,8 g **b.** 10,87 mm

8 Estadística y probabilidad

ESTO YA LO SABÍA...

1. El día sábado.

2. Un 9.

3. 12. 30.

MATEMUNDO

Con el sector de generación de electricidad.

4. Variables cuantitativas: horas de lectura, horas diarias que juega a la Play y horas semanales que concurre a la universidad.
Variable cualitativa: deportes que practica, redes sociales que utiliza y música preferida.
En el nivel secundario, la población son los alumnos de nivel secundario de la ciudad de Córdoba, y la muestra, 1.200 alumnos de ese mismo nivel y ciudad.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

En el nivel universitario, la población son los alumnos de nivel universitario de la ciudad de Córdoba, y la muestra, 1.500 alumnos de ese mismo nivel y ciudad.

5.

Edad	f	fr	f%
14	6	0,15	15
15	8	0,20	20
16	12	0,30	30
17	14	0,35	35
Total	40	1	100

a. Las fr suman 1 y las f%, 100%.
b. 14 son menores de 16 y representan el 35%.
c. $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$
d. 65%.

6. Esta es la tabla correcta.

Tipo de novela	f	fr	f%
De aventuras	12	0,24	24
Romántica	22	0,44	44
Histórica	16	0,32	32
Total	50	1	100

7. El gráfico circular resulta más práctico.

Datos para hacer el gráfico de barras	
Edad en años	Altura de la barra
14	6
15	8
16	12
17	14

Datos para hacer el gráfico circular	
Edad en años	Porcentaje
14	15%
15	20%
16	30%
17	35%

8. **a.** 60 alumnos.
b. Un 8,33% de los alumnos prefiere tenis y 16,67%, natación.
c. Sí, es cierto.

9. **a.** 52 personas.
b. No es cierto. Sin hacer cuentas se puede visualizar que el sector que ocupa comer milanesas o ravioles es menos de la mitad.
c. Los que prefieren ravioles (10%) son un 15% menos que la cuarta parte de los encuestados.

10.

	Twitter	Whatsapp	Instagram	Facebook	Total
f	16	64	32	48	160

El sector rosa del gráfico circular se completa con 20%, el sector azul con Whatsapp y 40%. El sector amarillo se completa con Twitter y el verde, con Facebook y 30%.

11. **a.**

Datos para hacer el gráfico circular	
Minutos	Porcentaje
30	25%
35	50%
37	8,3%
38	16,7%

b. 30 minutos demoró la cuarta parte, es decir, el 25%. Por lo tanto, el 75% demoró más.

12. **a.**

Tipo de novela	f	fr	f%
Acción	6	0,20	20
C. ficción	18	0,60	60
Terror	3	0,10	10
Histórica	3	0,10	10
Total	30	1	100

b.

Datos para hacer el gráfico circular	
Tipo de novela favorita	Porcentaje
Acción	20%
C. ficción	60%
Terror	10%
Histórica	10%

Datos para hacer el gráfico de circular	
Tipo de novela favorita	Altura de la barra
Acción	20
C. ficción	60
Terror	10
Histórica	10

13. **a.** La temperatura fue de 25 °C y la moda, también.
b. 25 °C.
c. 18 °C.
d. La moda no cambiaría en ninguno de los dos ítems anteriores porque 25 °C sigue siendo el valor con mayor frecuencia. La mediana tampoco, porque 25 °C es el valor que ocupa el lugar central al ordenar los datos de menor a mayor.

14. No, porque la mitad de las personas de esta muestra pesa menos de 63,5 kg y, la otra mitad, más. La mediana es 63,5 kg.

15. **a.** El promedio fue de 139 visitas, la moda de 137 y la mediana de 138.
b. El promedio fue de 120 visitas, y la moda y la mediana de 137.
c. Sí, el promedio. La presencia de un dato mucho menor hace que se modifique bastante el promedio y deje de ser representativo.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

16. Así quedan las conclusiones corregidas:
Se encuestó a 62 personas.
Para hallar el promedio se suman los productos de las alturas por la cantidad de días por semana y se divide por 64 (total de personas encuestadas).

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 1 + 16 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 16 \cdot 4 + 4 \cdot 5}{64} = 2,5$$

17. **a.**

Datos para hacer el gráfico de barras	
Edad en años	Altura de la barra
14	8
15	7
16	10
17	5

Datos para hacer el gráfico circular	
Edad en años	Porcentaje
14	27%
15	23%
16	33%
17	17%

b. El promedio es 15,4, la moda es 16 y la mediana, 15,5. Sirve de ayuda el gráfico de barras.
c. El 50%.

A VER CÓMO VOY

18. **a.** 2 **b.** 2
c. 2,28 **d.** El tercero.

19. **a.** La mediana es 10 y representa que la mitad de los alumnos destina menos de 10 horas semanales a hacer la tarea y, la otra mitad, más de 10.
b. 10 horas, y representa el valor que tiene mayor frecuencia.
c. 9,5 h.

20. **a.**

Datos para hacer el gráfico de barras	
Jornada 1	
Cantidad de hijos	Altura de la barra
0	3
1	9
2	6
3	4
4	3

Datos para hacer el gráfico de barras	
Jornada 2	
Cantidad de hijos	Altura de la barra
0	5
1	5
2	8
3	4
4	3

b. 52%
c. 28%
d. En ambas es igual, 1,8.
e. En la jornada 1, la moda es 1 hora y, en la otra, 2 horas. La identificás por la barra más alta.

21. La ficha verde.

22. **a.** Amarillo, amarillo, amarillo, rojo, rojo, rojo, azul, azul, azul, azul, gris y verde.

b. Verde: $\frac{1}{12}$

Amarillo: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Azul: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

23. **a.** $\frac{42}{200} = \frac{21}{100}$ **b.** $\frac{76}{200} = \frac{19}{50}$
c. $\frac{158}{200} = \frac{79}{100}$ **d.** Sí, está bien. $1 - \frac{21}{100} = \frac{79}{100}$

24. **a.** $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$ **b.** $\frac{4}{48} = \frac{1}{12}$
c. $\frac{1}{48}$ **d.** $\frac{20}{48} = \frac{5}{12}$
e. $\frac{24}{48} = \frac{1}{2}$ **f.** $\frac{47}{48}$
g. $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$ **h.** $\frac{44}{48} = \frac{11}{12}$
i. 0

25. $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

26. **a.** $6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$
b. $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

27. $4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 960$

28. **a.** $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 = 45.697.600$
b. $21 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 10 \cdot 10 = 19.448.100$

29. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4.096$

30. Sí, porque hay 24 ($2 \cdot 3 \cdot 4$) posibilidades diferentes de menú.

31. $\frac{1}{2}$.

32. **a.** No, porque en la bolsa 2 la probabilidad es $\frac{1}{100}$ que es menor que en la bolsa 1, $\frac{1}{10}$.
b. De la bolsa 1 es más probable extraer una bolita roja, $\frac{3}{10}$ y de la bolsa 3, una verde $\left(\frac{996}{1.000} = \frac{249}{250}\right)$.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

33. $\frac{1}{12}$

34. Afirmaciones corregidas:

…sacar una carta de oros es $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$.

…que sea un siete es $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$.

…sacar un caballo de bastos o una sota de copas es $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$.

35. La probabilidad de que salgan al menos tres caras es $\frac{5}{16}$ y de que salgan todas cecas es $\frac{1}{16}$.

A VER CÓMO VOY

36. **a.** V
b. V
c. V
d. F. La probabilidad de una pelotita verde es $\frac{3}{12}$ que es mayor que la de una amarilla $\left(\frac{2}{12}\right)$.
e. F. Tienen igual probabilidad, $\frac{1}{12}$.

37. **a.** G – R – V – A – T.

b. Sí, porque el ángulo central rojo es 70° y el verde, el doble.

38. **a.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
b. Cara – cara – 1, cara – cara – 2, cara – cara – 3, cara – cara – 4, cara – cara – 5, cara – cara – 6, cara – ceca – 1, cara – ceca – 2, cara – ceca – 3, cara – ceca – 4, cara – ceca – 5, cara – ceca – 6, ceca – cara – 1, ceca – cara – 2, ceca – cara – 3, ceca – cara – 4, ceca – cara – 5, ceca – cara – 6, ceca – ceca – 1, ceca – ceca – 2, ceca – ceca – 3, ceca – ceca – 4, ceca – ceca – 5, ceca – ceca – 6.

39. $\frac{1}{8}$

40. 18 combinaciones.

41. 1.080 posibilidades ($5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1.080$).

42. **a.** $\frac{5}{13}$

b. $\frac{7}{13}$

c. Por ejemplo, que tenga un número que no es divisor de 24.

43. **a.** Se completa marrón con 0,05, y anaranjado con 0,1.
b. Hay 10 amarillas y 5 marrones.
c. No.

REPASO TODO

44. **a.** Las casillas incorrectas son la celeste, la amarilla y la roja. En la celeste debe decir 30, en la amarilla, 10 y en la roja, 20.
b. 200 familias.
c. El 80% de las familias.
d.

Datos para hacer el gráfico de barras	
Cantidad de mascotas	Altura de la barra
0	60
1	50
2	30
3	20
4	40

e. La media es 1,65, la moda es no tener mascotas y la mediana, 1 mascota.

45. **a.**

Cantidad de horas semanales	f	fr	f%
2	24	0,40	40
3	15	0,25	25
4	21	0,35	35
Total	30	1	100

b. 36 alumnos.
c. 2,95 horas.
d. 2 horas.

46. La opción correcta es la última.

47. Son más parejas en la c y más desparejas en la b.

48. **a.** Probable.
b. Imposible.
c. Seguro.
d. Probable.
e. Imposible.

49. **a.** Con impar.
b. Que tenga una probabilidad de 0,6 es, por ejemplo, sacar un número impar, y que tenga una probabilidad de 0,8 es, por ejemplo, sacar un número mayor que 1.
c. Que tenga una probabilidad 0 es, por ejemplo, sacar un número mayor que 5, y que tenga una probabilidad 1 es, por ejemplo, sacar un número menor que 6.

50. $\frac{1}{108}$

51. **a.**

Cantidad de hermanos	f	fr
0	26	$\frac{26}{200} = 0{,}13$
1	70	$\frac{76}{200} = 0{,}35$
2	82	$\frac{82}{200} = 0{,}41$
3 o más	22	$\frac{22}{200} = 0{,}11$
Total	200	1

b. La probabilidad de que tenga 2 hermanos es $\frac{82}{200} = \frac{41}{100}$ y de que tenga 2 hermanos o más es $\frac{104}{200} = \frac{13}{25}$.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

52. **a.** $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ **b.** $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ **c.** $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

53. **a.** La probabilidad de que la diferencia sea 0 es $\frac{1}{6}$ y que sea 2, $\frac{2}{9}$.

b. Es más probable, una diferencia de 3.

c. No, la diferencia de 1 es más probable, $\frac{10}{36}$.

54. **a.** $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ **b.** $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$ **c.** $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

55. Que sumen 7.

56. **a.** Cara – cara – cara, cara – cara – ceca, cara – ceca – cara, cara – ceca – ceca, ceca – cara – cara, ceca – cara – ceca, ceca – ceca – cara, ceca – ceca – ceca.

b. $\frac{3}{8}$

c. $\frac{1}{8}$

57. Que elija el cuatro o un número de dos cifras es $\frac{2}{5}$ y de que elija un número capicúa es 0.

58. $\frac{1}{192}$

59. $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

NOTAS

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

NOTAS

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Entre números II

Actividades de Matemática

ISBN 978-950-46-5136-9

SANTILLANA