Los matemáticos de 4.º

Geometría

SANTILLANA

Geometría

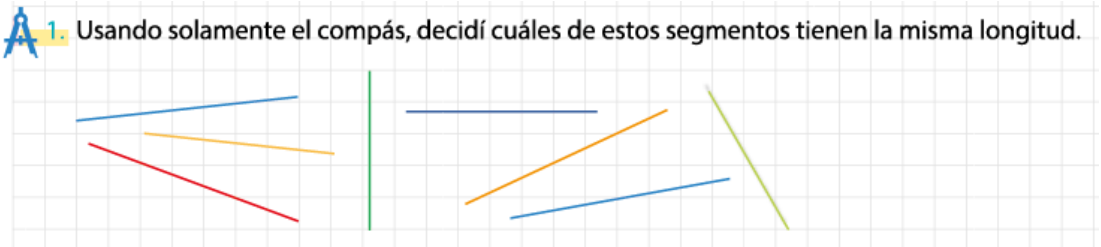
I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

En este libro, el eje de Geometría se despliega a lo largo de los capítulos 4; 7 y 12.

En el capítulo 4, “Círculo y circunferencia” se propone inicialmente un juego que permite plantear una primera discusión respecto de que es posible que haya más de un punto ubicado a la misma distancia de otro. Esta cuestión será una de las ideas centrales desarrolladas.

Las primeras páginas contienen un conjunto de problemas en los cuales los alumnos deben copiar figuras que contienen circunferencias o partes de ellas. La intención de estas propuestas es que los niños se inicien en el análisis de sus características. Para resolver estos problemas es necesario el uso del compás; de este modo, se pone en funcionamiento de manera implícita, una primera idea sobre centro y radio, ya que los alumnos deberán decidir dónde pinchar con el compás y cuánto deben abrirlo para poder copiar la figura. Se trata de actividades exploratorias en las que no es necesario definir radio, centro y diámetro, por el momento.

Se proponen también ejercicios en los que el compás se utiliza para trasladar una medida de longitud. Por ejemplo, en las páginas 49 y 50 se ofrecen actividades para comparar o trasladar longitudes:

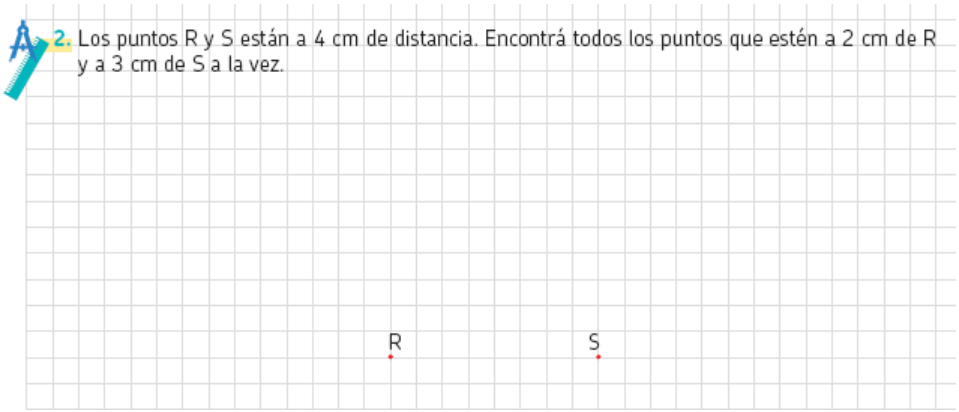


En estos casos se introduce, además, el uso de la regla no graduada, con la intención de que su empleo solo remita al trazado de líneas rectas.

En las páginas 51 y 52 se proponen problemas en los que es necesario determinar conjuntos de puntos que cumplen ciertas condiciones. En particular, la condición de estar a cierta distancia (todos a la misma) de un punto dado. El trabajo en torno de estas situaciones apunta a que sea posible, a partir de ciertas exploraciones iniciales, introducir la definición de circunferencia como conjunto de puntos que equidistan de un centro, y de círculo, como conjunto de puntos que están a igual o menor distancia de ese centro.

Estas situaciones iniciales se continúan en las páginas 53 y 54, en las que debe encontrarse la ubicación de ciertos puntos en un contexto de figuras geométricas. En estos problemas, y en los que se plantean en las páginas siguientes, se inhibe el uso de la regla graduada para determinar la distancia a la que se encuentran algunos de los puntos que componen las figuras. El propósito de esta restricción es alentar a los alumnos a utilizar las relaciones que se están estudiando para analizar las figuras.

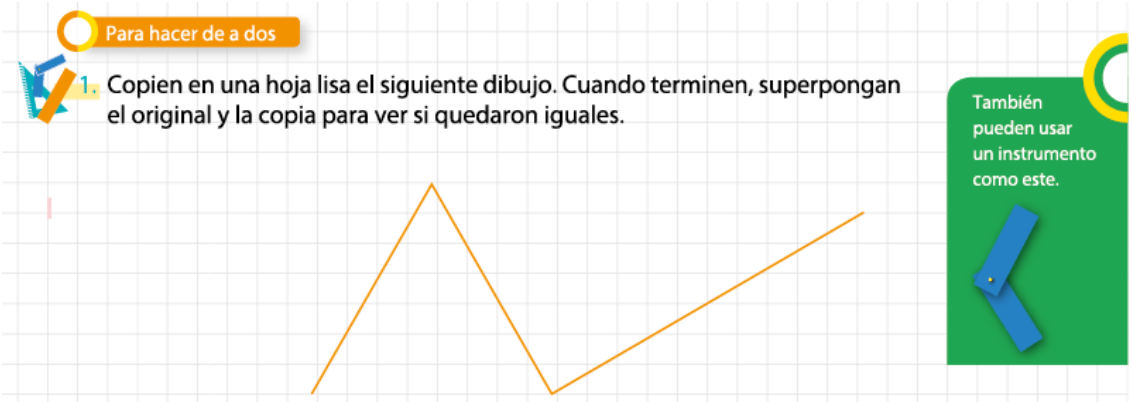
El trabajo en el capítulo se profundiza a partir de nuevos problemas en los que deben considerarse las condiciones en términos de distancias que cumple un conjunto de puntos respecto ya no de uno dado, sino de dos puntos. La actividad siguiente, de la página 55, ilustra este tipo de situaciones:



La determinación de si es o no posible que uno o más puntos estén ubicados a cierta distancia (la misma u otra diferente) de otros dos y el análisis de la cantidad de soluciones en cada caso, representa una primera exploración respecto de las relaciones entre los radios de las circunferencias en juego, cuestión que será retomada de manera sistemática en el capítulo 7, en relación con el estudio de las condiciones de existencia de los triángulos.

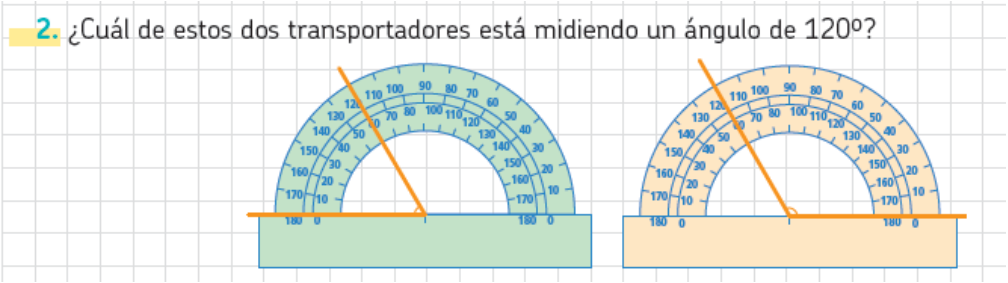
En las páginas 57 y 58 se proponen situaciones en las que los alumnos deben explicitar propiedades de ciertas figuras, a propósito de la interpretación de un instructivo para construirla, o bien deben producir las instrucciones para que sea posible dibujarla. La finalidad de estas actividades es que los niños puedan analizar las figuras en juego en términos de las relaciones que las caracterizan.

En el capítulo 7 “Ángulos, triángulos, cuadrados y rectángulos” se inicia el estudio de los ángulos a través de situaciones que demandan la copia de figuras. En esos problemas el aspecto central es, precisamente, la consideración del ángulo o de los ángulos que contienen esas figuras. Estas actividades constituyen situaciones exploratorias donde no se espera que los alumnos utilicen el transportador. Intencionalmente se han incluido ángulos rectos, de 30° y de 60°, para que sea posible emplear la escuadra para medir la inclinación de los segmentos (las escuadras están armadas con ángulos de 90°, 30° y 60° y otras con ángulos de 90°, 45° y 45°), o bien varillas articuladas, como se muestra en la página 92.



El propósito de que los alumnos enfrenten estas situaciones, cuando no tienen disponibles conocimientos sobre ángulos, es provocar la necesidad de identificarlos y remarcar la importancia de la medida que tienen como una de las características de las figuras.

Por el momento, la validación de estas actividades se obtiene de la superposición entre el original y la copia. En las páginas 93 y 94 se propone medir ángulos utilizando el transportador. Emplear este instrumento supone cierta complejidad; por esa razón algunas actividades, como la que sigue, se orientan hacia el aprendizaje de su funcionamiento.

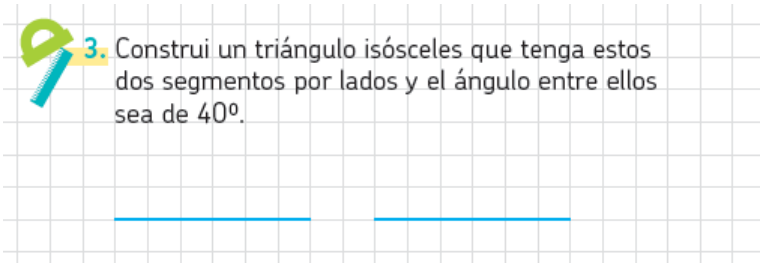


El interés de que los niños controlen los resultados que obtienen es también una cuestión relevante en este terreno. Así, un conjunto de problemas planteados en las páginas 95 y 96 apuntan a que los alumnos puedan anticipar si determinado ángulo es mayor o menor que un recto. Para ello se proponen situaciones en las que debe tomarse como referencia el ángulo recto de la escuadra. En este marco, la estimación también desempeña un rol importante, ya que permite tener una idea aproximada de la medida que va a obtenerse y, por lo tanto, decidir si es o no plausible cierta amplitud. Con este objetivo se sugieren diversas situaciones: en algunos casos, los alumnos deben seleccionar una entre varias medidas para un ángulo determinado; en otras oportunidades, deben dibujar solo con regla un ángulo según determinada amplitud; y, otras veces tienen que estimar la medida de cierto ángulo ya dibujado.

Los problemas de las páginas 97 y 98 están orientados a que los alumnos empleen el compás y la definición de circunferencia (como conjunto de puntos que equidistan de un centro) formulada en el capítulo 4, para construir triángulos a partir de sus lados, que pueden ser considerados radios de circunferencias. Se plantean actividades que apuntan al estudio de las condiciones que deben cumplirse,

en relación con las longitudes de los lados, para que un triángulo exista. De esta manera se introduce una primera aproximación a la propiedad triangular.

El trabajo en torno al estudio de los triángulos avanza hacia la caracterización según sus lados y ángulos. Se trata de que los alumnos identifiquen en un triángulo estas propiedades que permiten definirlos. En la página 100 se formulan problemas de construcción donde ahora ya no solo se ofrecen como dato exclusivamente las longitudes de los lados, sino que también se informa la amplitud de alguno de los ángulos, como en el caso siguiente:



Estas situaciones resultan un poco más complejas que las construcciones a partir de los lados analizadas en las páginas anteriores, porque exigen integrar tanto conocimientos diversos sobre triángulos como sobre la utilización de distintos instrumentos geométricos.

Las páginas 101 y 102 permiten un primer estudio sobre rectas paralelas y perpendiculares. Los problemas apuntan a que los alumnos aprendan a trazarlas utilizando regla y escuadra y, en algunos casos, que también puedan hacerlo con transportador para las rectas perpendiculares ya que, en definitiva, se trata de un caso particular de amplitud donde interviene un ángulo recto. Si bien es posible construir paralelas con transportador, ese caso no se considera en estas páginas.

Las actividades también tienen como objetivo que los alumnos avancen en sus posibilidades de trazar paralelas y perpendiculares en el marco de la construcción de cuadrados y rectángulos a partir de sus lados, como una de las características que definen a estas figuras.

Finalmente, el capítulo 12 “Cuerpos geométricos” se inicia con una situación colectiva en la que se presenta una primera exploración guiada sobre ciertas características de los cuerpos que se ofrecen. La intención es que esta indagación permita a los niños avanzar en la identificación de algunas propiedades relativas a la forma y cantidad de las caras, cantidad de aristas y vértices, y también que facilite el desarrollo de las propuestas que se despliegan a lo largo del capítulo.

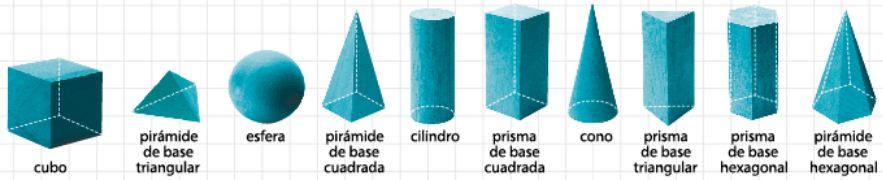
El trabajo propuesto en las páginas 151 y 152 permite realizar un estudio de los prismas a partir de las características de sus bases y sus caras laterales. Si bien es posible encontrar diversas definiciones de prismas, en este libro se considera que los prismas son cuerpos cuyas bases son polígonos iguales ubicados en planos paralelos, y que sus caras laterales son rectángulos. Con esta definición, para el cubo las caras laterales también podrían considerarse bases, dado que son cuadrados y, por lo tanto, también son rectángulos. Esto ya no ocurre en los casos en que intervienen otros polígonos.

A lo largo del capítulo las actividades se orientan en particular hacia el análisis de las propiedades de prismas y pirámides (aunque se incluyen también otros cuerpos). Estas propiedades están asociadas a la cantidad de caras y sus formas, y a la cantidad de aristas y de vértices. En algunos casos, este estudio se realiza en contextos de un juego, como en la página 153.

Para hacer en grupos

REGLAS DEL JUEGO

- Un participante elige uno de estos cuerpos pero no dice cuál.
- Da pistas para que los demás adivinen de cuál se trata.
- Gana el primero que adivina qué cuerpo es.



En otras oportunidades se trata de una comparación orientada hacia algunas propiedades:

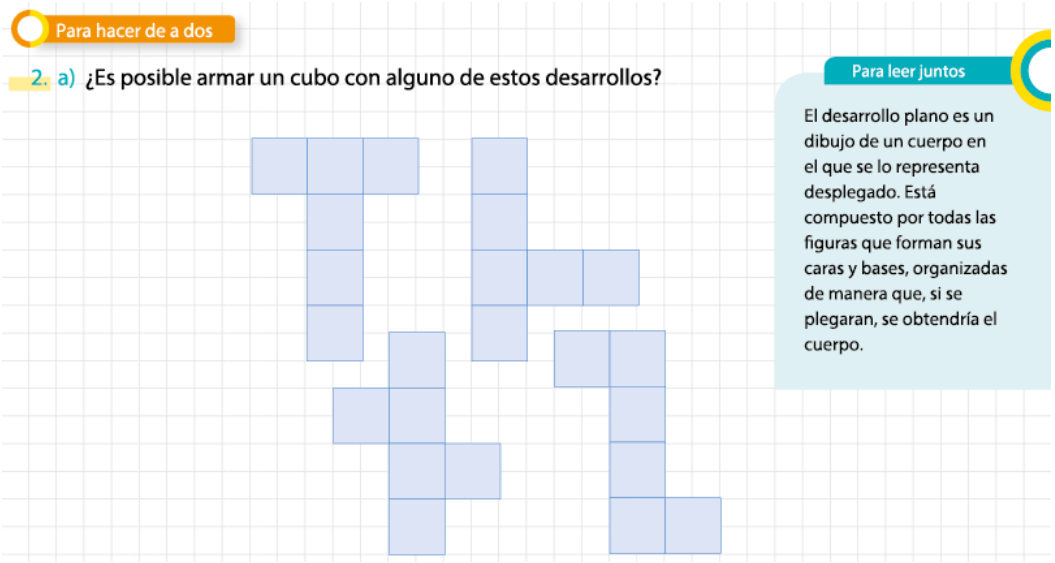
Para hacer en grupos

3. Escriban en la tabla Sí o NO según cuáles de estas características corresponden a cada uno de los cuerpos.

Características	Prisma de base triangular	Prisma de base cuadrada
Tiene caras que son rectángulos		
Tiene 6 vértices		
Tiene caras paralelas		
Tiene 2 bases		
Tiene 9 aristas		
Las aristas son todas iguales		

Las páginas 155 a 158 están dedicadas al trabajo en torno del desarrollo plano de prismas y pirámides. Las situaciones que se plantean tienen como objetivo que los alumnos puedan establecer relaciones entre las caras de los cuerpos y las figuras que forman esas caras. Luego de un problema inicial donde se hace foco exclusivamente en la cantidad de caras que se necesitan para armar un cuerpo, el trabajo se extiende hacia el análisis de las disposiciones o ubicaciones que esas caras deben tener en el desplegado para que sea posible armarlo.

Se intenta que los alumnos puedan aprender que un mismo cuerpo geométrico admite más de un desarrollo plano posible. Por ejemplo:


Para hacer de a dos

2. a) ¿Es posible armar un cubo con alguno de estos desarrollos?

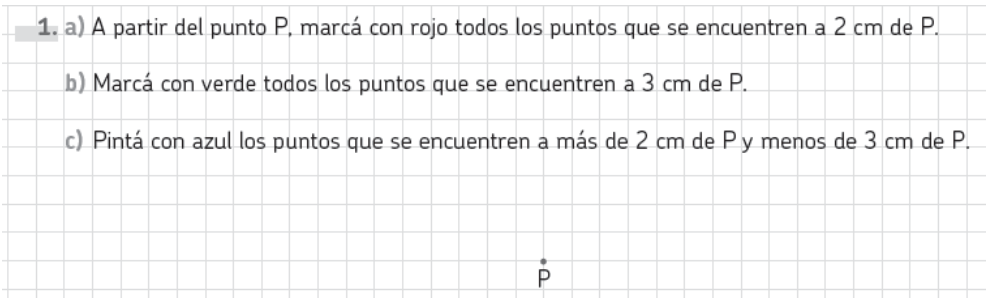
Para leer juntos

El desarrollo plano es un dibujo de un cuerpo en el que se lo representa desplegado. Está compuesto por todas las figuras que forman sus caras y bases, organizadas de manera que, si se plegaran, se obtendría el cuerpo.

En gran parte de estos problemas se propone a los alumnos que decidan cuál es el desarrollo plano correspondiente a cierto cuerpo o indiquen en qué posición debe ubicarse la figura que forma alguna de las caras para completar el desarrollo plano. La idea de proponer el armado tiene la intención de que los alumnos puedan verificar sus anticipaciones.

II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

A través del recorrido que se propone en el capítulo 4, se espera que los alumnos puedan resolver problemas que impliquen considerar la circunferencia como el conjunto de puntos que equidistan de un punto dado y al círculo, como el conjunto de puntos que están a igual o menor distancia de un punto dado, por ejemplo, en situaciones que exigen determinar los puntos que están a igual o menor distancia de un punto dado sin tener que explicitar que la circunferencia o el círculo son medios de solución del problema, como se propone en el ejercicio 1 de evaluación del capítulo 4:


1. a) A partir del punto P, marcá con rojo todos los puntos que se encuentren a 2 cm de P.

b) Marcá con verde todos los puntos que se encuentren a 3 cm de P.

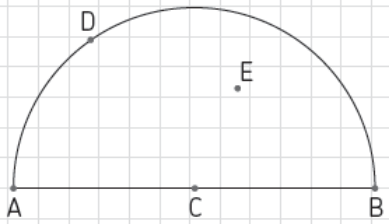
c) Pintá con azul los puntos que se encuentren a más de 2 cm de P y menos de 3 cm de P.

P

También se pretende que puedan utilizar el compás para construir circunferencias y que estén en condiciones de apelar a las relaciones establecidas sin recurrir a la medición para resolver problemas en

los que intervienen circunferencias, como se propone en el problema 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 4.

3. El siguiente dibujo representa media circunferencia, cuyo radio es de 3 cm.



Coloquen verdadero o falso en cada caso.

a) La distancia entre A y B es de 3 cm _____

b) La distancia entre C y E es menor que 3 cm _____

c) La distancia entre C y D es de 4 cm _____

d) La distancia entre C y B es igual a la distancia entre C y D _____

En este capítulo se introduce el uso del compás y en el capítulo 7 se incorpora el trabajo con el transportador para la medición de ángulos y la utilización de regla y escuadra para el trazado de paralelas y perpendiculares. Se espera que los alumnos avancen en el dominio de estos instrumentos geométricos, pero es importante considerar que no constituyen un objeto de estudio de la geometría en sí mismos. Es decir, el trabajo con estas herramientas es un recurso importante de la enseñanza al servicio del estudio de las propiedades de las figuras geométricas. Se aspira a que los alumnos aprendan a utilizarlos sin que desde la enseñanza se pierda de vista este propósito.

Al finalizar el estudio que se plantea en el capítulo 7, se espera que los alumnos puedan reconocer los ángulos como una de las propiedades de las figuras y que sean capaces de utilizar el transportador para construirlos o determinar la medida de estos.

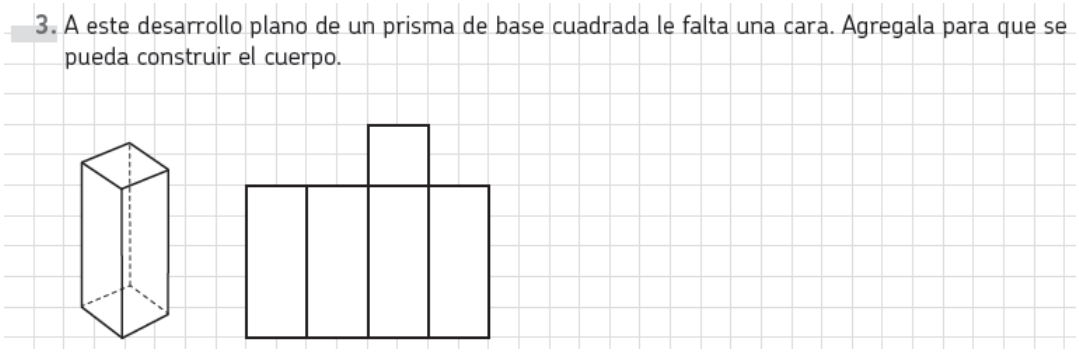
A partir del trabajo desplegado con triángulos y cuadriláteros, se pretende que los niños sean capaces de utilizar las relaciones entre los lados de un triángulo (propiedad triangular) para decidir acerca de la posibilidad o imposibilidad de construirlo apelando a la definición de circunferencia, como se propone en el problema 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 7.

3. ¿Se puede construir un triángulo con un lado de 3 cm, otro de 7 cm y otro de 2 cm? Justificá tu respuesta.

Las construcciones de triángulos que se sugieren apuntan a que los alumnos avancen en sus posibilidades de realizarlas considerando simultáneamente informaciones sobre los lados y los ángulos, cuestión que constituye un primer acercamiento y que será revisitada en años posteriores.

Las actividades vinculadas al trazado de paralelas y perpendiculares apuntan a que los chicos puedan realizar esas construcciones con regla y escuadra, y también con transportador, abonando la idea de paralelismo y perpendicularidad en cuadrados y rectángulos como una de las propiedades que definen a estas figuras.

Finalmente, al concluir el capítulo 12, se espera que los alumnos puedan identificar algunas características de cuerpos geométricos vinculadas a la cantidad y formas de las caras y a la cantidad de aristas y vértices. El trabajo con desarrollos planos de un cuerpo –una de las cuestiones que se plantea en este capítulo– tiene como objetivo que los alumnos estén en condiciones de resolver problemas en los que también puedan reconocer que es necesaria cierta disposición particular de las figuras que lo componen para que sea posible su construcción, como se plantea en el problema 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 12:



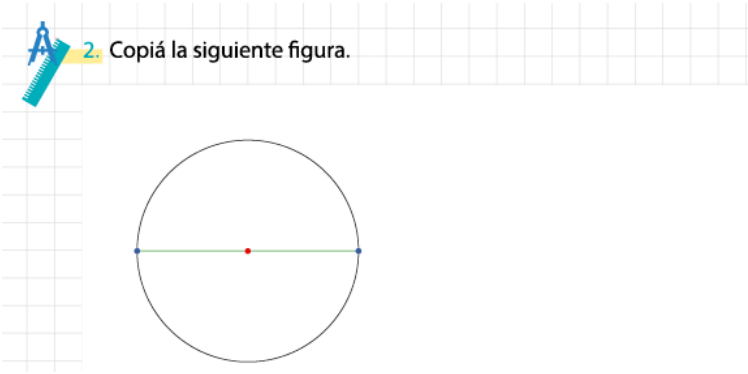
III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

A lo largo de los capítulos de geometría se podrían tomar ciertas decisiones sobre determinadas características de los problemas que podrían transformarlos en más sencillos o más complejos. En esta sección haremos referencia a algunas de estas posibles variaciones, que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos que estén en dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre las relaciones que se intentan poner en juego. También es posible considerar los criterios que acá se desarrollan para organizar el trabajo con toda la clase.

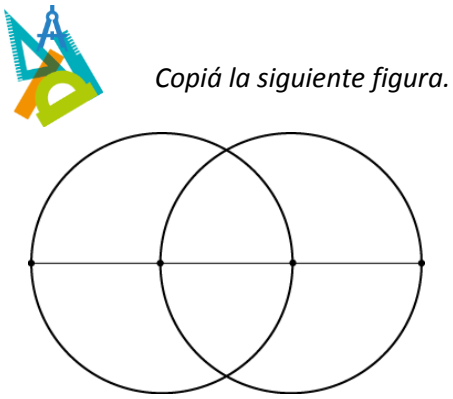
Algunos problemas de copiado pueden hacerse más sencillos si la figura en juego tiene una menor cantidad de elementos. No es lo mismo copiar una circunferencia que contiene un diámetro que, por ejemplo, dos circunferencias de radios distintos que se intersecan en algún o algunos puntos. De esta manera, el docente podrá, a partir de cualquier problema de copiado, agregar o quitar elementos que las caracterizan para aumentar o disminuir la complejidad de las relaciones involucradas en las copias.

Otra variable que permite maniobrar sobre el nivel de dificultad de los problemas es sobre qué hoja se va a trabajar. Cualquier copiado en papel cuadriculado es más sencillo que en papel liso, dado que el primero puede funcionar como referencia para ciertas medidas de longitud o de ángulos rectos, lo que permite hacer un poco más evidente la identificación del tipo de figuras de que se trata.

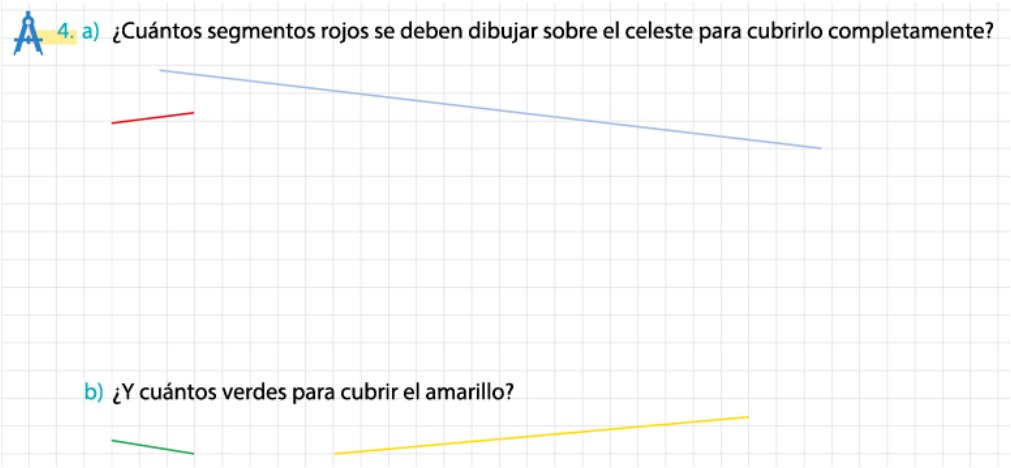
Así, por ejemplo, la resolución del problema 2 de la página 48 puede simplificarse si el dibujo tiene como fondo el papel cuadriculado.



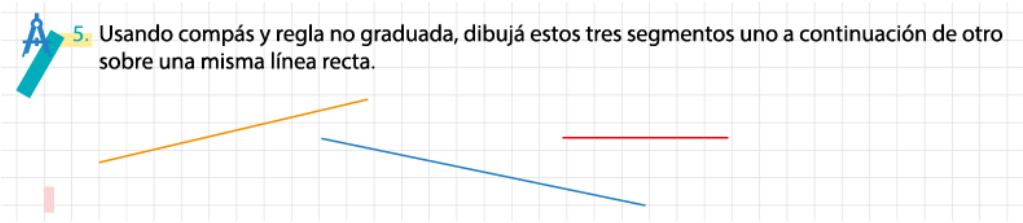
La situación podría resultar más compleja al incluir otros elementos en la misma figura. En el siguiente ejemplo resulta importante identificar que los centros de las circunferencias están ubicados sobre el segmento y, por lo tanto, necesariamente la copia debe comenzarse por ese trazo. Esta cuestión que involucra cierto orden en el copiado a partir de la identificación de una propiedad, no está presente en los problemas de la página 48, en los que se proponen tareas de este tipo.



Las tareas donde los alumnos deben comparar y reproducir líneas rectas con el compás también pueden variarse en complejidad. Por ejemplo, resulta más sencillo tener que comparar dos o más longitudes, que tener que construir un segmento a partir de otros de longitud menor. El siguiente es el problema 4 de la página 50.



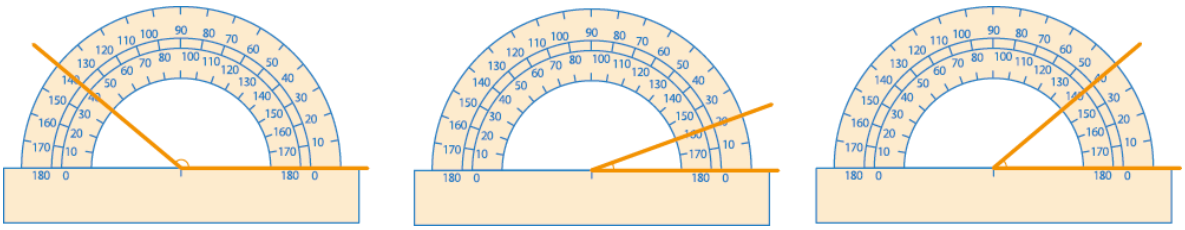
En este caso, para realizar la tarea es necesario trasladar el segmento rojo sobre el azul. En el problema 5 de esa misma página, la situación es más compleja porque resulta indispensable trazar primero una línea recta y luego ubicar sobre ella los segmentos que se plantean en el enunciado.



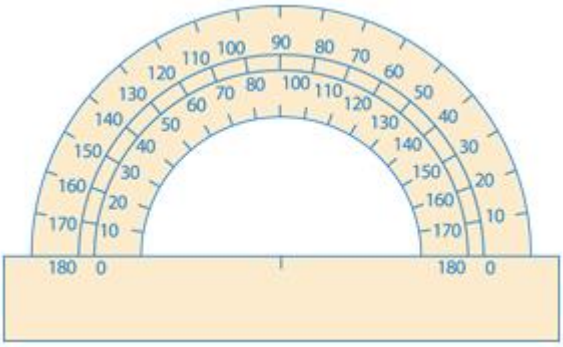
A su vez, el problema 4 puede ser más sencillo si se reduce la cantidad de veces que el segmento rojo entra en el azul.

En el capítulo 7 se proponen algunas actividades para que los alumnos aprendan a medir ángulos empleando el transportador. La utilización de este instrumento suele resultar compleja para los niños. Es posible incorporar algunas actividades referidas a este tema y que podrían facilitar el aprendizaje de su uso. Por ejemplo:

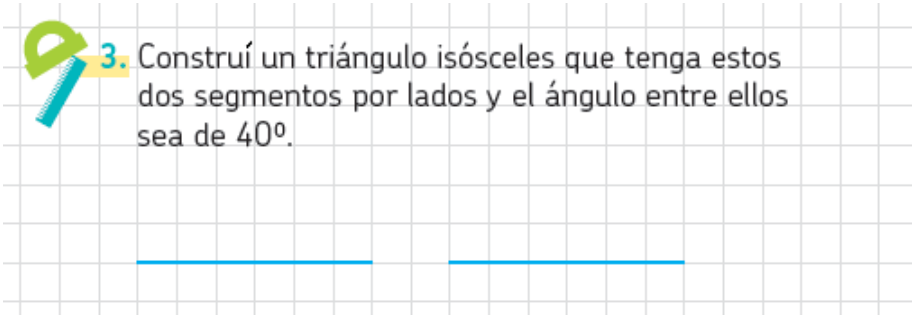
¿En cuál de estos transportadores se está midiendo un ángulo de 40°?



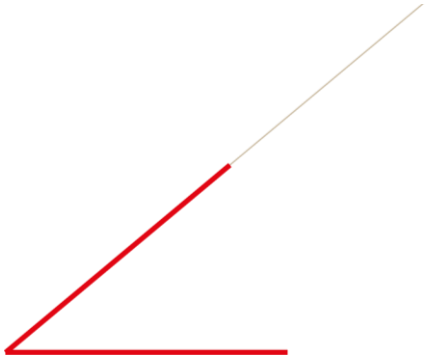
Si con este transportador se estuviera midiendo un ángulo de 140º, ¿cómo se verían los lados del ángulo?



El trabajo en torno a la construcción de triángulos es también una tarea que se plantea en el capítulo 7. En esas situaciones es importante considerar que la modificación de algunas características del problema puede hacer que la propuesta sea más sencilla o más compleja o que involucre distintos conocimientos. Por ejemplo, el siguiente es el problema 3 de la página 100.



Dos de los segmentos que forman los lados se presentan dibujados. Para realizar la construcción es necesario trasladar ambos o al menos uno de ellos. En este caso están habilitados el transportador y la regla graduada. Para la resolución es necesario marcar un ángulo de 40° con el transportador y luego medir con la regla una longitud igual al lado que debe trasladarse.

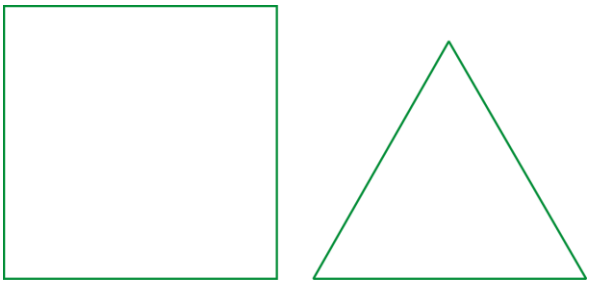


Si estuvieran habilitados el compás, el transportador y la regla no graduada, las longitudes ya no podrían trasladarse con la regla, sino que los alumnos deberían tener disponible que el compás permite realizar esa tarea.

Como puede verse, una modificación en la habilitación de los instrumentos cambia el problema y lo torna más complejo o más sencillo. Esta variable puede aplicarse a cualquiera de los problemas propuestos para generar una mayor diversidad de situaciones.

En el capítulo 12 se encuentran distintas actividades referidas al desarrollo plano de cuerpos. Como señalamos, en esos casos se trata de analizar la forma y disposición de las figuras que representan las caras. Una manera de volver más sencillos esos problemas es hacer que la indagación de los alumnos esté centrada en la cantidad y forma de las caras, sin considerar la disposición en el desplegado. Por ejemplo:

¿Cuántos cuadrados y triángulos como los siguientes se necesitan para cubrir todas las caras de un prisma de base triangular?



Que el prisma esté presente o no, o esté dibujado, es otra variable que hay que considerar. Es más complejo que los alumnos apelen a la imagen mental que tengan del prisma a que puedan analizarlo a partir de tenerlo en su mesa de trabajo o en un dibujo.

IV. Bibliografía para el docente

- **Broitman, C.; Itzcovich, H.** (2003). "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza". En Panizza, M. (comp.) *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Bs. As. Paidós.
- **Broitman, C.; Itzcovich, H.** (2008). "La Geometría como un medio para 'entrar en la racionalidad'. Una secuencia para la enseñanza de los triángulos en la escuela primaria". En: *Revista 12ntes. Enseñar Matemática Nº 4.* Buenos Aires.
- **Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Buenos Aires.** (2001). Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. Disponible en *www.abc.gov.ar/lainstitucion /sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm.*

- **Gálvez, G.** (1994). "La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la Geometría en la escuela elemental". En: Parra, C. y Saiz, I. (comp.). *Didáctica de la Matemática, aportes y Reflexiones*. Buenos Aires. Paidós
- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (1998). La enseñanza de la Geometría en el segundo ciclo. Documento de actualización curricular N.° 5. Matemática. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/matematica.php.*
- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (2007). Matemática. Geometría. Aportes para la enseñanza. Disponible en *www.estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria_media.pdf.*
- **Itzcovich, H.** (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría.* Buenos Aires. Libros del Zorzal.
- **Itzcovich, H.** (coord.) (2008). "Acerca de la enseñanza de la Geometría". En: *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Bs. As. Aique.
- **Martinez, R. y Porras, M.** (1998). "La Geometría del Plano en la Escolaridad Obligatoria". En: *Revista Novedades Educativas Nº 78*. Buenos Aires.
- **MECyT** (2006). Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 4.°, 5.° y 6.° años. Educación Primaria.
- **Ponce, H:** (2003): *Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo*. Diálogos de la capacitación. CePA. Ministerio de Educación. G.C.B.A. Disponible en *www.generacionba.gov.ar/areas/educacion/cepa/publicaciones.php?menu_id=20823.*